1.✉Ζωγράφου: Ι. Χρυσίππου 1 , ☎210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10 ,
☎210 7488180
2.✉Χολαργός: Φανερωμένης 13 , ☎210 6536551
3.✉ΑγίαΠαρασκευή:Ευεργέτου Γιαβάση 9,πλατεία Αγ. Παρασκευής ,
☎2106000031

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 11/02/2024

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να λυθεί η εξίσωση $αx+β = 0$, για τις διάφορες τιμές των $α, β \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 5)

Α2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i. Αν $10 < x < 20$, τότε η τιμή της παράστασης $\frac{|x-10|}{x-10} + \frac{|x-20|}{x-20}$ είναι ίση με:

Α) 2 Β) -2 Γ) 10 Δ) 0

ii. Αν $α = \sqrt[6]{10}$, $β = \sqrt{2}$ και $γ = \sqrt[3]{3}$, τότε:

Α) $α < β < γ$ Β) $α < γ < β$ Γ) $γ < α < β$ Δ) $β < γ < α$

iii. Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, με $α \cdot γ < 0$:

Α) είναι αδύνατη Β) έχει δύο ρίζες άνισες Γ) έχει μια ρίζα διπλή

(Μονάδες 6)

Α3. Να εντοπίσετε το λάθος στον παρακάτω συλλογισμό:

Η εξίσωση $|2x-1| = x-2$ γράφεται ισοδύναμα:

$$|2x-1| = x-2 \Leftrightarrow 2x-1 = x-2 \text{ ή } 2x-1 = 2-x \Leftrightarrow x = -1 \text{ ή } x = 1 .$$

Όμως καμία από τις τιμές αυτές του x δεν επαληθεύει τη δοθείσα εξίσωση.

(Μονάδες 4)

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα από κάθε μία, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

i. Αν $α^2 = αβ$, τότε υποχρεωτικά $α = β$.

ii. Υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί x και y που να έχουν άθροισμα $S = 2$ και γινόμενο $P = 2$.

iii. Οι εξισώσεις $\frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2-1} = 5$ και $(2x^2 + 3x + 1) = 5(x^2 - 1)$ έχουν τις ίδιες λύσεις.

iv. $(\alpha - 1)^2 + (\alpha + 1)^2 > 0$.

v. $5^{25} > 25^5$.

(Μονάδες 10)

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1.

α) Να δείξετε ότι $(2 + \sqrt{5})^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ και $(1 - \sqrt{5})^2 = 6 - 2\sqrt{5}$.

(Μονάδες 6)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να δείξετε ότι:

$$\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 1 + 2\sqrt{5}$$

(Μονάδες 7)

Β2. Δίνονται οι αριθμοί $A = \frac{1}{3-\sqrt{7}}$ και $B = \frac{1}{3+\sqrt{7}}$.

α) Να δείξετε ότι $A + B = 3$ και $A \cdot B = \frac{1}{2}$. **(Μονάδες 6)**

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς Α και Β.

(Μονάδες 6)

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

i. $(x + \frac{1}{x})^2 - 5(x + \frac{1}{x}) + 6 = 0$

ii. $x^2 - (5 - \sqrt{2})x + 6 - 3\sqrt{2} = 0$

iii. $|2x - 3| = 3 - 2x$

(**Μονάδες 12)**

Γ2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 5x - 1 = 0$.

i. Να δείξετε ότι έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες, x_1 και x_2.

(Μονάδες 3)

ii. Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων που ακολουθούν, χωρίς να λύσετε την παραπάνω εξίσωση:

1) $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$
2) $x_1^{\,2} + x_2^{\,2}$
3) $x_1^{\,3} + x_2^{\,3}$
4) $(x_1^{\,2} - x_1 \cdot x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 - x_2^{\,2})$
5) $|x_2 - x_1|$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λυθεί η εξίσωση $x + \frac{1}{\alpha} = \alpha + \frac{1}{x}$, $\alpha \neq 0$.

(Μονάδες 5)

Δ2. Δίνεται το τριώνυμο $\lambda x^2 - (\lambda^2+1)x + \lambda$, με $\lambda \neq 0$.

i. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \neq 0$.

(Μονάδες 6)

ii. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, να εκφράσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ συναρτήσει του $\lambda \neq 0$ και να βρείτε την τιμή του γινομένου $P = x_1 \cdot x_2$ των ριζών.

(Μονάδες 4)

iii. Αν $\lambda > 0$, το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες θετικές ή αρνητικές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

iv. Αν $0 < \lambda \neq 1$ και x_1 , x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου, τότε να συγκρίνετε τους αριθμούς $\frac{x_1 + x_2}{2}$ και 1 .

(Μονάδες 5)

<u>ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!</u>