Φυσική Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών Γ΄ Λυκείου

Θέμα Α

Α1 –β , Α2 – γ , Α3 – α , Α4 – γ , Α5 α – Λ , β – Σ , γ – Λ , δ – Σ , ε – Σ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (ii).

Πριν την κρούση ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon_S} f_S = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{20}} f_S = \frac{\upsilon_H}{\frac{21\upsilon_H}{20}} f_S \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_S \quad (1)$$

Για την κρούση των σωμάτων εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής και έχουμε:

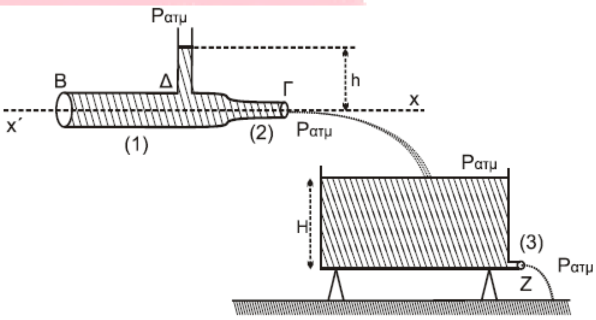
$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m\upsilon_S = (m+m)\upsilon'_S \Rightarrow \upsilon_S = 2\upsilon'_S \Rightarrow \upsilon'_S = \frac{\upsilon_S}{2}$$

Μετά την κρούση ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$f_2 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon'_S} f_S = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_S}{2}} f_S = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{40}} f_S = \frac{\upsilon_H}{\frac{41\upsilon_H}{40}} f_S \Rightarrow f_2 = \frac{40}{41} f_S \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_S}{\frac{40}{41} f_S} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (iii).



Από την εξίσωση συνέχειας στον οριζόντιο σωλήνα έχουμε:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow 2A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = 2\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2}$$

Από την εξίσωση του Bernoulli για τη ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2 έχουμε:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow P_{atm} + \rho gh + \frac{1}{2}\rho\frac{\upsilon_2^2}{4} = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 - \frac{1}{4}\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 = \rho gh \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 = \rho gh \Rightarrow \upsilon_2^2 = \frac{8}{3}gh \ (1)$$

Από την εξίσωση Bernoulli στη ρευματική γραμμή που διέρχεται από ένα σημείο της επιφάνειας του υγρού στο δοχείο και το σημείο 3 έχουμε:

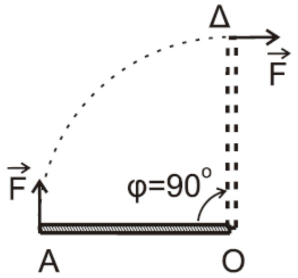
$$P_{atm} + 0 + \rho gH = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_3^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_3^2 = 2gH \ (2)$$

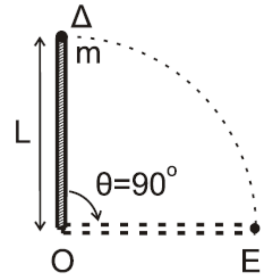
Η στάθμη στο δοχείο σταθεροποιείται άρα οι παροχές στον οριζόντιο σωλήνα και στην οπή Ζ είναι ίσες οπότε: $\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2\upsilon_2 = A_3\upsilon_3 \Rightarrow A_2\upsilon_2 = \frac{A_2}{2}\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_3^2 = 4\upsilon_2^2$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση τις (1) και (2) έχουμε: $2gH = 4\frac{8}{3}gh \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (ii).

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Έργου Ενέργειας για τη στροφική κίνηση της ράβδου για όσο διαρκεί η δράση της δύναμης $\vec{F}$





$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F^{0\to\frac{\pi}{2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}I_{ραβ}\omega^2 - 0 = \tau_F \cdot \varphi \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{3}ML^2\omega^2 = FL\varphi \Rightarrow \frac{1}{6}ML\omega^2 = F\varphi \Rightarrow \omega^2 = \frac{6F\varphi}{ML} \Rightarrow \omega^2 = 9\pi^2 \Rightarrow \omega = 3\pi\frac{rad}{s}$$

Για την κρούση της ράβδου με το σώμα μικρών διαστάσεων εφαρμόζουμε Α.Δ.Σ για την κρούση της ράβδου με το σώμα m, προκύπτει:

$$\vec{L}_{πριν} = \vec{L}_{μετά} \Rightarrow I_{ραβ}\omega = I_{(ραβ+m)}\omega_κ \Rightarrow \frac{1}{3}ML^2\omega = \left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega_κ \Rightarrow$$

$$\omega_κ = \frac{ML^2}{ML^2 + 3mL^2}\omega \Rightarrow \omega_κ = \frac{3\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

Μετά την κρούση το σύστημα ράβδος – σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση οπότε έχουμε:

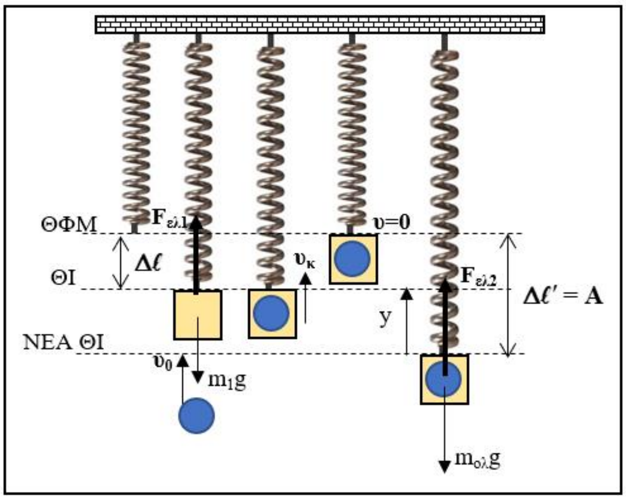
$$\theta = \omega_2\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3}\text{s}$$

Θέμα Γ

Γ1. Το σώμα $Σ_1$ ισορροπεί στο άκρο του ελατηρίου οπότε έχουμε:

$$\Sigma F_{1y} = 0 \Rightarrow F_{ελ_1} = m_1 g \Rightarrow k\Delta\ell = m_1 g \Rightarrow$$

$$k = \frac{m_1 g}{\Delta\ell} \Rightarrow k = 200\frac{N}{m}$$



Μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από νέα θέση ισορροπίας για την οποία ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_{ολ}g \Rightarrow$$

$$k\Delta\ell' = m_{ολ}g \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{m_{ολ}g}{k} = 0{,}1m$$

Το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται στιγμιαία στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, η οποία θα είναι και η άνω ακραία θέση της ταλάντωσης. Το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι $A = \Delta\ell' = 0{,}1m$.

Γ2. Αμέσως μετά την κρούση για την ταλάντωση του συσσωματώματος εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_{ολ}\upsilon_κ^2 + \frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow \upsilon_κ^2 = \frac{k}{m_{ολ}}\left(A^2 - y^2\right) \Rightarrow \upsilon_κ^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \upsilon_κ = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$$

όπου $|y| = \Delta\ell' - \Delta = 0{,}05m \xrightarrow{y>0} y = +0{,}05m$ η απομάκρυνση της ταλάντωσης

Εφαρμόζοντας την ΑΔΟ για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \Rightarrow m_1\upsilon_0 = m_{ολ}\upsilon_κ \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{m_{ολ}\upsilon_κ}{m_1} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Οπότε η κινητική ενέργεια του σώματος $Σ_2$ πριν την κρούση είναι: $K_2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_0^2 \Rightarrow K_2 = 1{,}5J$

Γ3. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος $Σ_2$ κατά την κρούση ισχύει:

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - \vec{p}_{2,\pi\rho\iota\nu} \ \left(\uparrow +\right) \Rightarrow \Delta p_2 = p_{2,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - p_{2,\pi\rho\iota\nu} = m_2\upsilon_\kappa - m_2\upsilon_0 \Rightarrow \Delta p_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{Kg\cdot m}{s}$$

Το μέτρο της μεταβολής είναι $\left|\Delta p_2\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{Kg\cdot m}{s}$ και έχει κατεύθυνση προς τα πάνω.

Γ4. Η εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο $y = f\left(t\right)$ είναι:

$y = A\cdot\eta\mu\left(\omega t + \varphi_0\right)$ όπου $A = \Delta\ell' = 0{,}1m$, $D = k \Rightarrow k = m_{o\lambda}\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_{o\lambda}}} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \rightarrow y = +0{,}05m$ και $\upsilon > 0$. Για την αρχική φάση της ταλάντωσης έχουμε:

$$y = +0{,}05m \Rightarrow A\cdot\eta\mu\left(\omega t + \varphi_0\right) = +0{,}05m \Rightarrow 0{,}1\cdot\eta\mu\varphi_0 = +0{,}05 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \frac{\pi}{6}rad \quad ή \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}rad$$

Επειδή $\upsilon > 0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}rad$. Άρα $y = 0{,}1\cdot\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)\ S.I.$

Θέμα Δ

Δ1. Για το σώμα Σ:

$\Sigma F_{(\Sigma)y} = 0 \Rightarrow$

$T' = M_\Sigma g \Rightarrow T' = 20\,N$

Για την τροχαλία :

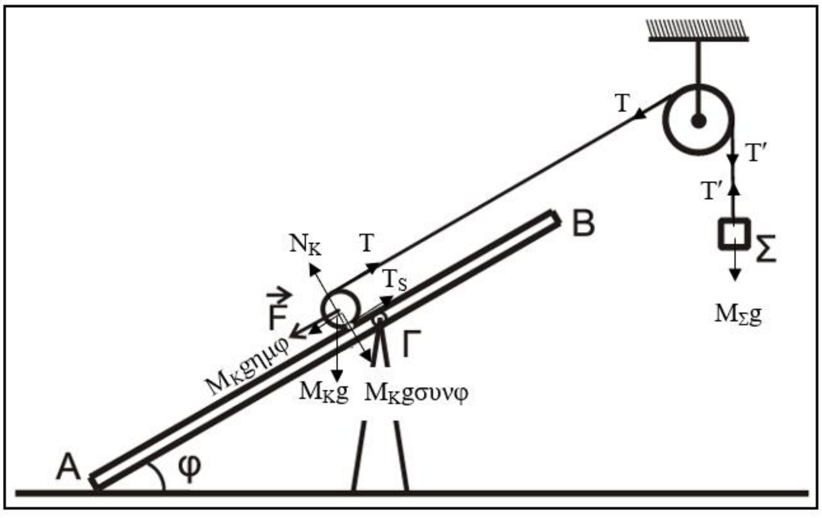
$\Sigma\tau_{(T)} = 0 \Rightarrow T\,R_T = T'R_T \Rightarrow$

$T = T' = 20N$

Για τον κύλινδρο:

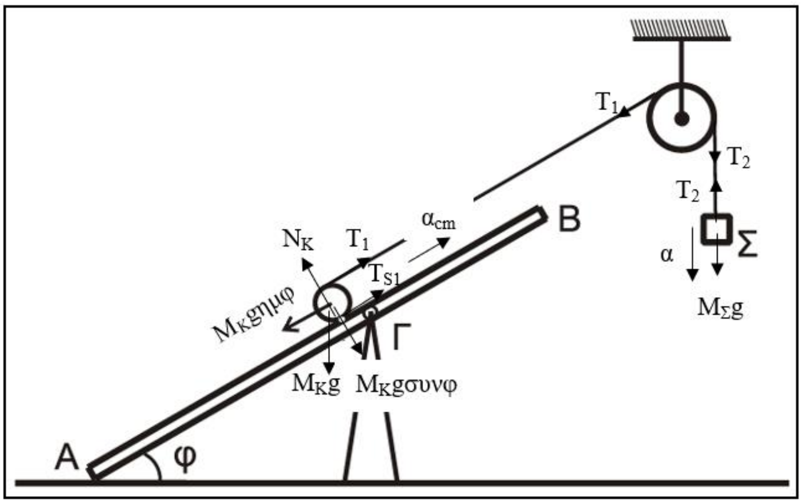
$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow TR_K = T_S R_K \Rightarrow$

$T = T_S = 20N$



και

$\Sigma F_{(K)x} = 0 \Rightarrow T + T_S = F + M_K g\cdot\eta\mu\varphi \Rightarrow F = 30N$



Δ2. Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου ισχύει:

$\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho(\mathrm{K})} = R_{\mathrm{K}}\omega_{\mathrm{K}}$ και

$\alpha_{cm} = R_{\mathrm{K}}\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{K})}$

Για το σημείο του νήματος που εφάπτεται στην περιφέρεια του κυλίνδρου ισχύει επίσης $\vec{\upsilon}_{\mathrm{A}} = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho(\mathrm{K})} \Rightarrow \vec{\upsilon}_{\mathrm{A}} = 2\vec{\upsilon}_{cm} \Rightarrow$

$\upsilon_{\mathrm{A}} = 2\upsilon_{cm}$

$\rightarrow \dfrac{d\upsilon_{\mathrm{A}}}{dt} = 2\dfrac{d\upsilon_{cm}}{dt} \Rightarrow \alpha_{\varepsilon\varphi(\mathrm{A})} = 2\alpha_{cm}\,(1)$

Για το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ (υ), το μέτρο της γραμμικής των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας $(\upsilon_{\gamma\rho(\mathrm{T})} = R_{\mathrm{T}}\omega_{\mathrm{T}})$ και το μέτρο της ταχύτητας του σημείου του νήματος που εφάπτεται στην περιφέρεια του κυλίνδρου (υ_{A}) ισχύει:

$$\upsilon = \upsilon_{\mathrm{A}} = \upsilon_{\gamma\rho(\mathrm{T})} = R_{\mathrm{T}}\omega_{\mathrm{T}} \rightarrow \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d\upsilon_{\mathrm{A}}}{dt} = R_{\mathrm{T}}\frac{d\omega_{\mathrm{T}}}{dt} \Rightarrow \alpha = \alpha_{\varepsilon\varphi(\mathrm{A})} = R_{\mathrm{T}}\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{T})} \xrightarrow{(1)} \alpha = 2\alpha_{cm}\,(2)$$

ΘΝΜ για Σ: $\Sigma F_{(\Sigma)y} = M_{\Sigma}\alpha \Rightarrow M_{\Sigma}g - T_2 = M_{\Sigma}\alpha\ (3)$

ΘΝΣ για τροχαλία: $\Sigma\tau_{(\mathrm{T})} = I_{cm(\mathrm{T})}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{T})} \Rightarrow T_2R_{\mathrm{T}} - T_1R_{\mathrm{T}} = \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{T}}R_{\mathrm{T}}^2\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{T})} \Rightarrow$

$T_2 - T_1 = \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{T}}R_{\mathrm{T}}\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{T})} \Rightarrow T_2 - T_1 = \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{T}}\alpha\ (4)$

Από $(3)+(4) \Rightarrow M_{\Sigma}g - T_2 + T_2 - T_1 = M_{\Sigma}\alpha + \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{T}}\alpha \xrightarrow{M_{\Sigma}=M_{\mathrm{T}}} M_{\Sigma}g - T_1 = \dfrac{3}{2}M_{\Sigma}\alpha\,(5)$

Για κύλινδρο:

ΘΝΜ $\Sigma F_{x(\mathrm{K})} = M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm} \Rightarrow T_1 + T_{S1} - M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi = M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm}\,(6)$

ΘΝΣ $\Sigma\tau_{(\mathrm{K})} = I_{cm(\mathrm{K})}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{K})} \Rightarrow T_1R_{\mathrm{K}} - T_{S1}R_{\mathrm{K}} = \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{K}}R_{\mathrm{K}}^2\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{K})} \Rightarrow T_1 - T_{S1} = \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{K}}R_{\mathrm{K}}\alpha_{\gamma\omega\nu(\mathrm{K})} \Rightarrow$

$T_1 - T_{S1} = \dfrac{1}{2}M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm}\,(7)$

$$(6)+(7) \Rightarrow T_1 + T_{S1} - M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi + T_1 - T_{S1} = M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm} + \frac{1}{2}M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm} \Rightarrow 2T_1 - M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{(2)} 2T_1 - M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}M_{\mathrm{K}}\frac{\alpha}{2} \Rightarrow T_1 - \frac{M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi}{2} = \frac{3}{8}M_{\mathrm{K}}\alpha\,(8)$$

$$(5)+(8) \Rightarrow M_{\Sigma}g - T_1 + T_1 - \frac{M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi}{2} = \frac{3}{2}M_{\Sigma}\alpha + \frac{3}{8}M_{\mathrm{K}}\alpha \Rightarrow M_{\Sigma}g - \frac{M_{\mathrm{K}}g\,\eta\mu\varphi}{2} = \left(\frac{3}{2}M_{\Sigma} + \frac{3}{8}M_{\mathrm{K}}\right)\alpha \Rightarrow$$

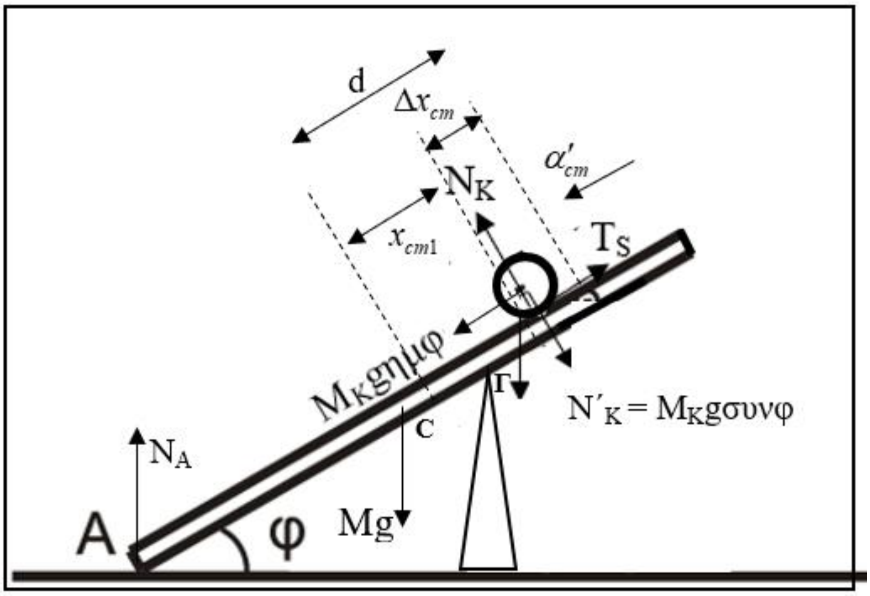
$$20-5=(3+0,75)\alpha \Rightarrow 15=3,75\alpha \Rightarrow \alpha=4\frac{m}{s^2} \rightarrow \alpha_{cm}=\frac{\alpha}{2}=2\frac{m}{s^2}$$

Δ3. Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$\upsilon_{cm1}=\alpha_{cm}t_1 \Rightarrow \upsilon_{cm1}=1\frac{m}{s}$$

$$x_{cm1}=\frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^2 \Rightarrow x_{cm1}=0,25m$$

Μόλις κοπεί το νήμα ο κύλινδρος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κύλιση χωρίς ολίσθηση. Ισχύουν:



ΘΝΜ $\Sigma F_{x(K)}=M_K\alpha'_{cm} \Rightarrow M_K g\,\eta\mu\varphi - T_S = M_K\alpha'_{cm}$ (9)

ΘΝΣ $\Sigma\tau_{(K)}=I_{cm(K)}\cdot\alpha'_{\gamma\omega\nu(K)} \Rightarrow T_S R_K=\frac{1}{2}M_K R_K^2\alpha'_{\gamma\omega\nu(K)} \Rightarrow T_S=\frac{1}{2}M_K R_K\alpha_{\gamma\omega\nu(K)} \Rightarrow T_S=\frac{1}{2}M_K\alpha_{cm}$ (10)

$$(9)+(10) \Rightarrow M_K g\,\eta\mu\varphi - T_{S1}+T_{S1}=M_K\alpha'_{cm}+\frac{1}{2}M_K\alpha'_{cm} \Rightarrow M_K g\,\eta\mu\varphi=\frac{3}{2}M_K\alpha'_{cm} \Rightarrow$$

$$\alpha'_{cm}=\frac{2}{3}g\eta\mu\varphi=\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$$ και

$$\upsilon_{cm}=\upsilon_{cm1}-\alpha'_{cm}\Delta t \Rightarrow 0=\upsilon_{cm1}-\alpha'_{cm}\Delta t \Rightarrow \Delta t=\frac{\upsilon_{cm1}}{\alpha'_{cm}}=0,3s \Rightarrow t_2-t_1=0,3s \Rightarrow t_2=0,8s$$

Δ4. $\Delta x_{cm}=\upsilon_{cm1}\Delta t-\frac{1}{2}\alpha'_{cm}\Delta t^2 \Rightarrow \Delta x_{cm}=0,15m$ άρα $d=x_{cm1}+\Delta x_{cm}=0,25m+0,15m \Rightarrow d=0,4m$

Δ5. Για την ισορροπία της σανίδας ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0 \Rightarrow -\tau_{N_A}-\tau_{M_K g\sigma\upsilon\nu\varphi}+\tau_{Mg}=0 \Rightarrow$$

$$-N_A(A\Gamma)\sigma\upsilon\nu\varphi - M_K g\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot x + Mg(\Gamma C)\sigma\upsilon\nu\varphi=0$$

$-N_A\cdot 2,5-20\cdot x+20\cdot 0,5=0 \Rightarrow N_A=4-8x$ όπου x η απόσταση από την κορυφή του υποστηρίγματος Γ. Όταν σανίδα ανατρέπεται χάνει την επαφή της με το οριζόντιο δάπεδο και ισχύει: $N_A=0 \Rightarrow 4-8x=0 \Rightarrow x=0,5m$

Ο κύλινδρος ακινητοποιείται πριν ανατραπεί η σανίδα έχοντας διανύσει απόσταση $d=0,4m$ οπότε απέχει από το στήριγμα απόσταση $d'=d-\Gamma\Delta=0,2m<x=0,5m$