Λύσεις διαγωνίσματος Γ' λυκείου 18/5/2024

ΘΕΜΑ Α

A1 − γ   A2 − γ   A3 − α   A4 − γ   A5 Λ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

B1 − β

$$R' = 0{,}8R \Rightarrow \frac{mv'}{Be} = 0{,}8\,\frac{mv}{Be} \Rightarrow v' = 0{,}8v$$

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv^2,\quad K'_{max} = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}m\,0{,}64v^2 = 0{,}64\,\frac{1}{2}mv^2 = 0{,}64K_{max}$$

$$\lambda:\quad hf = K_{max} + \Phi \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = K_{max} + \Phi \quad (1)$$

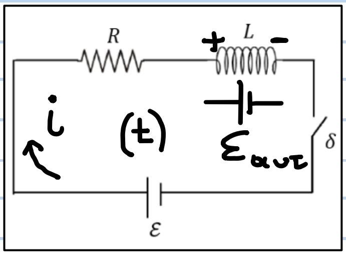
$$\lambda' = \lambda + 25\%\lambda = 1{,}25\lambda$$

$$hf' = K'_{max} + \Phi \Rightarrow \frac{hc}{\lambda'} = K'_{max} + \Phi \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{K_{max}+\Phi}{K'_{max}+\Phi} \Rightarrow \frac{1{,}25\lambda}{\lambda} = \frac{K_{max}+\Phi}{K'_{max}+\Phi}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{K_{max}+\Phi}{0{,}64K_{max}+\Phi} \Rightarrow 3{,}2K_{max} + 5\Phi = 4K_{max} + 4\Phi \Rightarrow \boxed{\Phi = 0{,}8K_{max}} \quad (\beta)$$

B2 − β



Όταν $i = I = σταθ \rightarrow \mathcal{E}_{αυτ} = 0$

και $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$$t:\quad i = \frac{I}{3} \Rightarrow \frac{\mathcal{E} - |\mathcal{E}_{αυτ}|}{R} = \frac{1}{3}\,\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - |\mathcal{E}_{αυτ}| = \frac{\mathcal{E}}{3} \Rightarrow |\mathcal{E}_{αυτ}| = \frac{2}{3}\mathcal{E}$$

$$\frac{dU_B}{dt} = |\mathcal{E}_{αυτ}|\cdot i = \frac{2\mathcal{E}}{3}\cdot\frac{I}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{dU_B}{dt} = \frac{2}{9}\mathcal{E}\cdot I} \quad (\beta)$$

ή $P_{ηλ,\mathcal{E}} = P_R + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}i = i^2R + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}I}{3} = \frac{I^2R}{9} + \frac{dU_B}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}I}{3} = \frac{\mathcal{E}I}{9} + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow \frac{dU_B}{dt} = \frac{2}{9}\mathcal{E}I$$

$\boxed{B3-\alpha}$ Πρώτη κρούση στη ΘΦΜ (ΘΙ): $\upsilon_1 = \upsilon_{max} = \omega_1 A = \omega_1 d$

Δεύτερη κρούση στη ΘΦΜ (ΘΙ). Τα σώματα στο χρονικό διάστημα μεταξύ $1^{ης}$ και $2^{ης}$ κρούσης κινούνται για

$$\Delta t = \frac{T_1}{2} = \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \Rightarrow \frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2}{3k_1} \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την πρώτη κρούση είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{m_1 - 3m_1}{4m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{2}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{\upsilon_1}{2}$$

Κατά μέτρο $|\upsilon_1'| = \upsilon_2' \Rightarrow \upsilon_{1max}' = \upsilon_{2max}' \Rightarrow \omega_1 A_1 = \omega_2 A_2$

Όμως $T_1 = T_2 \longrightarrow \omega_1 = \omega_2 \longrightarrow \boxed{A_1 = A_2}$ α

ΘΕΜΑ Γ

Γ1 Δίνεται $y = 0{,}2\,\eta\mu(5\pi t)$ SI $\longrightarrow A = 0{,}2m$, $\omega = 5\pi\ rad/s$

και $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = 2{,}5Hz \rightarrow T = \frac{1}{f} = 0{,}4\ sec.$

Εξίσωση κύματος: $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$, $\phi = \frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}$

Τη χρονική στιγμή $t=0$, $x = 0{,}4m$, $\phi = 2\pi\ rad$ οπότε

$$\phi = \cancel{\frac{2\pi t}{T}}^{\,0} + \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi \cdot 0{,}4}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$$

Η ταχύτητα διάδοσης είναι: $\upsilon = \lambda f \Rightarrow \boxed{\upsilon = 1\ m/s}$

Για το σημείο x_Δ τη χρονική στιγμή $t=0$ $\phi_\Delta = 6\pi\ rad$

άρα $\phi_\Delta = \cancel{\frac{2\pi t}{T}}^{\,0} + \frac{2\pi x_\Delta}{\lambda} \Rightarrow 6\pi = \frac{2\pi \cdot x_\Delta}{0{,}4} \Rightarrow \boxed{x_\Delta = 1{,}2m}$

Γ2 Εξίσωση κύματος: $y = A \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$$\Rightarrow y = 0{,}2 \cdot \eta\mu\left(5\pi t + \frac{2\pi x}{0{,}4}\right) \Rightarrow \boxed{y = 0{,}2\,\eta\mu(5\pi t + 5\pi x)\ SI}$$

$t_1 = 1\ sec$ $\quad y = f(x) \Rightarrow y = 0{,}2\,\eta\mu(5\pi + 5\pi x)$ SI

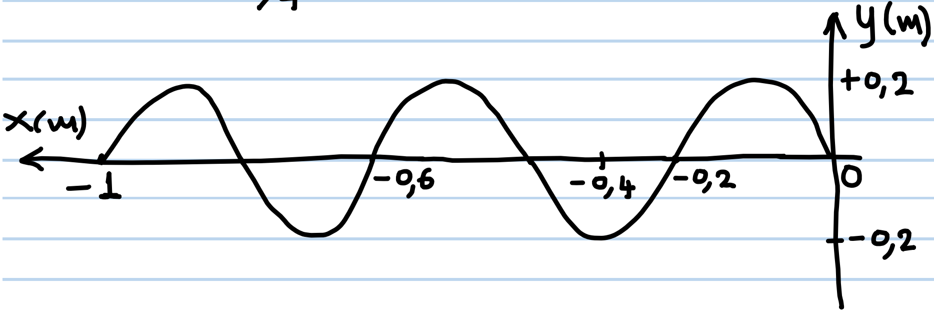
Για την αρχή $x = 0$ $\quad y = 0{,}2\,\eta\mu 5\pi = 0$

Για τη θέση $x = -\frac{\lambda}{4} = -0{,}1m$ $\quad y = 0{,}2\,\eta\mu(5\pi - 0{,}5\pi) = 0{,}2\,\eta\mu 4{,}5\pi$

$y = 0{,}2\,\eta\mu(4\pi + \pi/2) = +0{,}2m$

Το κύμα έχει φτάσει στη θέση $|x_1| = \upsilon t_1 = 1m \rightarrow x_1 = -1m$

δηλαδή $\frac{|x_1|}{\lambda/4} = \frac{1}{0{,}1} = 10 \Rightarrow |x_1| = 10\frac{\lambda}{4} = 2{,}5\lambda = 2\lambda + \frac{\lambda}{2}$



Γ3 Εξίσωση στάσιμου κύματος: $y = 2A\,συν\frac{2\pi x}{\lambda}\,ημ\frac{2\pi t}{T}$

Άρα $y = 0{,}4\,συν(5\pi x)\cdot ημ(5\pi t)$ SI

Γ4 Πλάτος $A' = 2A\left|συν\frac{2\pi x}{\lambda}\right| \Rightarrow A' = 0{,}4\,|συν 5\pi x|$

$x_\Sigma = 0{,}6m \rightarrow A'_\Sigma = 0{,}4\,|συν 5\pi x_\Sigma| = 0{,}4\,|συν 5\pi \cdot 0{,}6| = 0{,}4\,|συν 3\pi|$

$\Rightarrow \boxed{A'_\Sigma = 0{,}4m = 2A \text{ κοιλία}}$

Θέσεις δεσμών $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \underline{x = 0{,}2k + 0{,}1}$ (m)

$0 < x < x_\Sigma \Rightarrow 0 < 0{,}2k + 0{,}1 < 0{,}6 \Rightarrow -0{,}1 < 0{,}2k < 0{,}5$

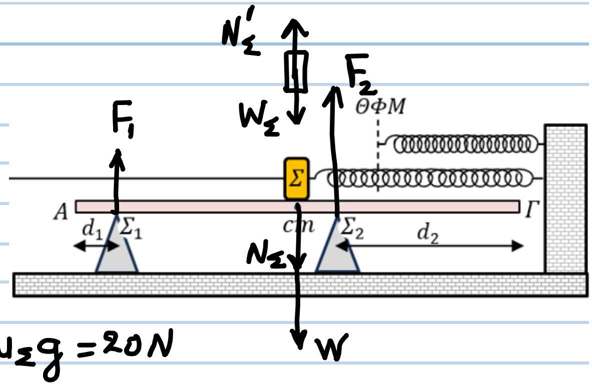
$-0{,}5 < k < 2{,}5$ άρα $\boxed{k = 0, 1, 2 \rightarrow 3 \text{ δεσμοί}}$

Γ5 Το Σ είναι κοιλία άρα $x_\Sigma = k\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow x_\Sigma = k\frac{\upsilon}{2f'}$

$\Rightarrow f' = \frac{k\cdot\upsilon}{2x_\Sigma} \Rightarrow f' = \frac{k}{2\cdot 0{,}6} \Rightarrow f' = \frac{k}{1{,}2} \Rightarrow f' = \frac{5k}{6}$

όμως $f' > 2{,}5Hz \Rightarrow \frac{5k}{6} > 2{,}5 \Rightarrow k > 3 \rightarrow k = 4$ άρα $\boxed{f' = \frac{10}{3}\,Hz}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1 Οι δοκός δέχεται το βάρος της $\vec{w}$, τις δυνάμεις $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ και μια κάθετη δύναμη από το σώμα Σ, $\vec{N_Σ}$ ίση με το βάρος του $N_Σ = W_Σ = m_Σ g = 20N$

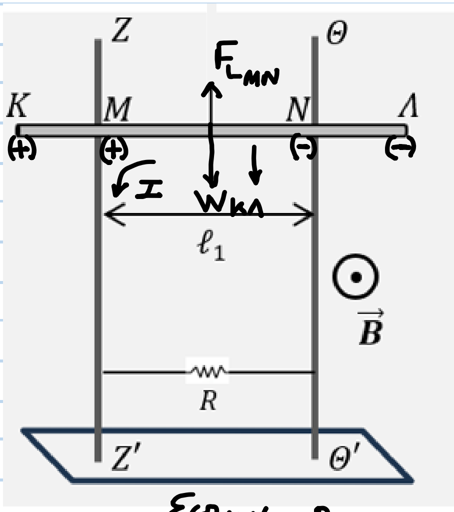
Ισορροπία δοκού: $\Sigma \tau_{(Σ_2)} = 0 \Rightarrow \tau_{N_Σ} + \tau_w - \tau_{F_1} = 0$

$\Rightarrow N_Σ\left(\frac{L}{2} - d_2\right) + w\left(\frac{L}{2} - d_2\right) - F_1(L - d_1 - d_2) = 0$

$\Rightarrow 20\,(0{,}6 - 0{,}5) + 40\,(0{,}6 - 0{,}5) = F_1(1{,}2 - 0{,}1 - 0{,}5)$

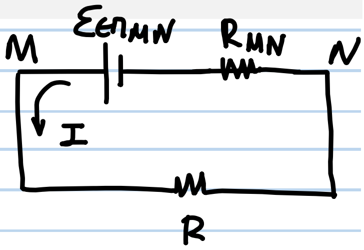
$\Rightarrow 0{,}6 F_1 = 6 \Rightarrow \boxed{F_1 = 10N}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = N_Σ + W \Rightarrow 10N + F_2 = 20N + 40N \Rightarrow \boxed{F_2 = 50N}$



Δ2 Ο αγωγός κινείται επειδή ομπ εμφανίζει ΗΕΔ $E_{επ}$, διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα I οπότε δέχεται δύναμη Laplace. Όταν $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα $\vec{υ}_{op}$.

Ισχύει $E_{επ MN} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta y \cdot \ell_1}{\Delta t}$



$\Rightarrow E_{επMN} = B υ \ell_1$

Επίσης $R_{MN} = \frac{\ell_1}{\ell} R_{KΛ} = 0{,}8 \cdot 0{,}5Ω = 0{,}4Ω$

και $R_{ολ} = R_{MN} + R = 0{,}64Ω$

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{L_{MN}} = W_{KΛ} \Rightarrow B I \ell_1 = mg \Rightarrow B \frac{E_{επMN}}{R_{ολ}} \ell_1 = mg$

$\Rightarrow B \frac{B υ_{op} \ell_1}{R_{ολ}} \ell = mg \Rightarrow \frac{B^2 \ell_1^2}{R_{ολ}} υ_{op} = mg$

$\Rightarrow υ_{op} = \frac{mg \cdot R_{ολ}}{B^2 \ell_1^2} \Rightarrow υ_{op} = \frac{10 \cdot 0{,}64}{1 \cdot 0{,}8^2} m/s \Rightarrow \boxed{υ_{op} = 10\ m/s}$

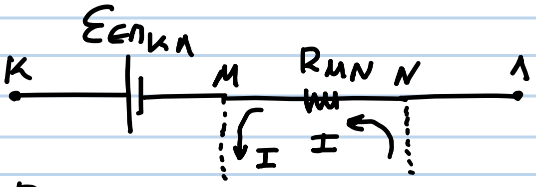
Δ3| Όταν $\upsilon = 4\,m/s \rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi MN} = B\upsilon\ell_1 = 3{,}2\,Volt$

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi MN}}{R_{o\lambda}} = \frac{3{,}2}{0{,}64}A \Rightarrow \underline{I = 5A} \quad \text{και} \quad F_{MN} = BI\ell_1 \Rightarrow F_{MN} = 4N$$

α) $$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{+\Sigma F \cdot dy}{dt} = +\Sigma F \cdot \upsilon = +\left(mg - F_{MN}\right)\upsilon$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = +(10-4)4\,J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = +24\,J/s}$$

β) $V_{K\Lambda} = ;$



$$V_{K\Lambda} = \mathcal{E}_{\varepsilon\pi K\Lambda} - I R_{MN}$$

$$V_{K\Lambda} = B\upsilon\ell - I R_{MN} = (1\cdot4\cdot1 - 5\cdot0{,}4)V \Rightarrow \boxed{V_{K\Lambda} = 2V}$$

Δ4| Αρχική ισορροπία συστήματος

Για αγωγό ΚΛ:

$\Sigma F_{y(K\Lambda)} = 0 \Rightarrow T = W_{K\Lambda}$

Για τροχαλία:

$\Sigma\tau_{\tau\rho} = 0 \Rightarrow \tau_T = \tau_{T'}$

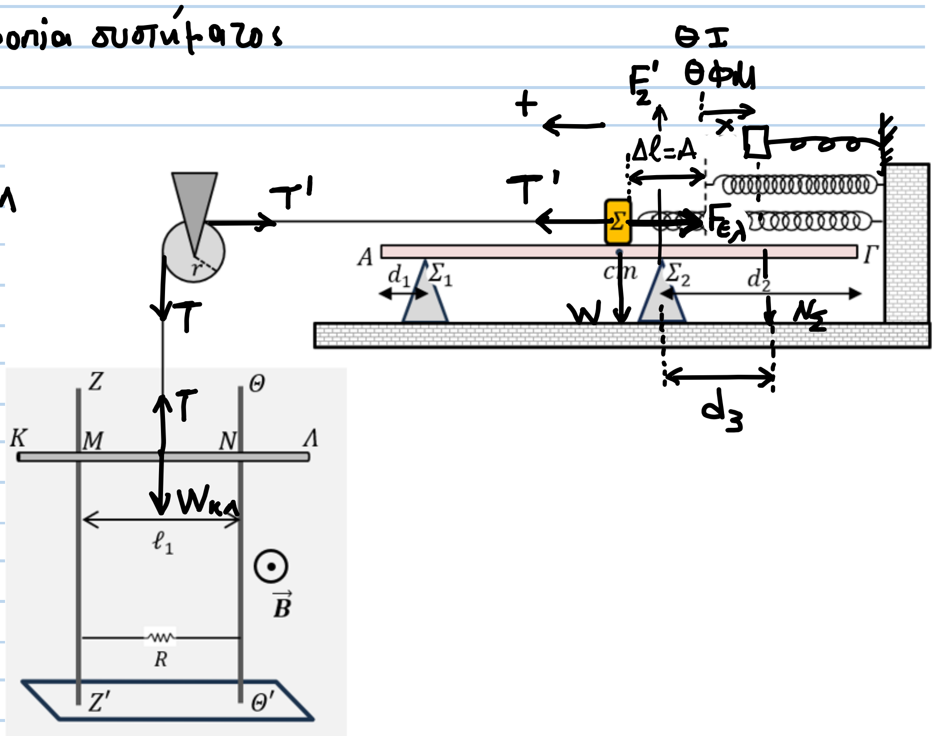
$T r = T' r$

$T = T' = W_{K\Lambda}$

Για σώμα Σ:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = T'$

$K\Delta\ell = W_{K\Lambda}$



$$\Delta\ell = \frac{W_{K\Lambda}}{K} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}2m = A \quad \text{πλάτος ααλ } \Sigma.$$

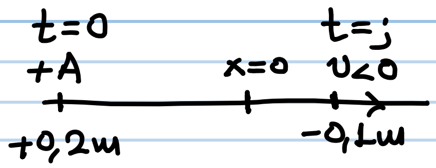
Ανατροπή δοκού: $F_1 = 0 \rightarrow \Sigma\tau_{\Sigma_2} = 0 \Rightarrow \tau_W - \tau_{N_\Sigma} = 0$

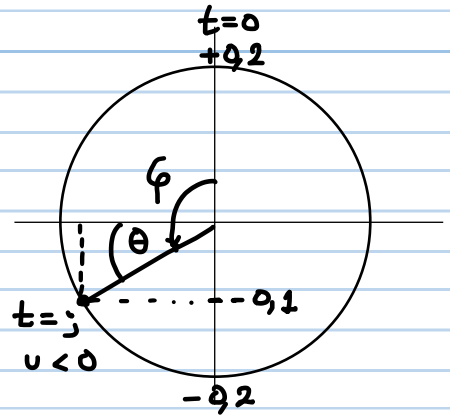
$$\Rightarrow W\left(\frac{L}{2} - d_2\right) = N_\Sigma d_3 \Rightarrow 40\cdot0{,}1 = 20 d_3 \Rightarrow d_3 = 0{,}2m$$

Απομάκρυνση ααλ τη στιγμή της ανατροπής της δοκού

$$|x| + \Delta\ell = \left(\frac{L}{2} - d_2\right) + d_3 \Rightarrow |x| + 0{,}2m = 0{,}1m + 0{,}2m$$

$$|x| = 0{,}1m \rightarrow x < 0 \quad \text{άρα } x = -0{,}1m$$





Ισχύει $\varphi = \frac{\pi}{2} + \theta$

όπου $\eta\mu\theta = \frac{0,1}{0,2} = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = \pi/6$

άρα $\varphi = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$

Όμως $\varphi = \omega t$ όπου $D = k = m_{\Sigma}\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_{\Sigma}}} = 5\ rad/s$

$\frac{2\pi}{3} = 5t$

$$\boxed{t = \frac{2\pi}{15}\ sec}$$