

ΘΕΜΑ Α

A1-β A2-α A3-α A4-β A5 Α Σ Α Σ Α

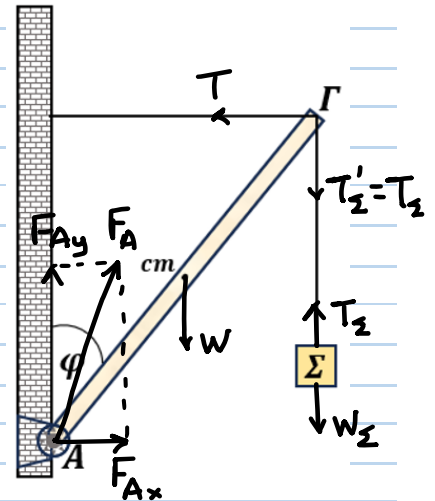
ΘΕΜΑ Β

B1-β Ισορροπία σώματος Σ : $\Sigma F_{y(z)} = 0$

$\Rightarrow T_z = W_z = W$

Ισορροπία δοκού:

Η δοκός δέχεται το βάρος της \vec{W} , των τάση \vec{T}'_z από το κατακόρυφο νήμα, την τάση \vec{T} από το οριζόντιο νήμα και τη δύναμη \vec{F}_A από την άρθρωση



Ισχύουν: $\Sigma \vec{F}_x = \vec{0}$, $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$ και $\Sigma \tau_A = 0$

$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow T_T - T'_z l \sin \phi - W \frac{l}{2} \sin \phi = 0 \Rightarrow T \cos \phi = T'_z \sin \phi + W \frac{l}{2} \sin \phi$

$\Rightarrow T \cos \phi = W \sin \phi + \frac{1}{2} W \sin \phi \Rightarrow T = \frac{3}{2} W \tan \phi$

Για να μην κόβεται το νήμα πρέπει $T \leq T_{\text{ορ}}$

$\Rightarrow \frac{3}{2} W \tan \phi \leq \frac{3}{4} W \Rightarrow \tan \phi \leq \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\tan \phi = \frac{1}{2}} \text{ (β)}$

B2-α Η τάση νήματος είναι η κεντρομόλος δύναμη

για κάθε δακτύλιο, άρα $\Sigma F_r = m a_k \Rightarrow T = \frac{m v_1^2}{d}$, $v_1 = \omega_1 d$

$T = m d \omega_1^2$ όμως $T = T_{\text{ορ}} = m d \omega_1^2$

Επειδή $\Sigma \tau_{εξ} = 0$ διατηρείται η στροφορμή του συστήματος

οπότε $L_{\text{ολ, αρχ}} = L_{\text{ολ, τελ}} \Rightarrow 2L_1 = 2L_2 \Rightarrow m v_1 d = m v_2 \frac{l}{2}$

$\Rightarrow \omega_1 d \cdot d = \omega_2 \frac{l}{2} \frac{l}{2} \Rightarrow \omega_1 = \frac{l^2}{4d^2} \omega_2 \Rightarrow \omega_1 = 4 \omega_2$

Οπότε $T_{\text{ορ}} = m d \omega_1^2 = m \frac{l}{4} \cdot 16 \omega_2^2 \Rightarrow \boxed{T_{\text{ορ}} = 4 m l \omega_2^2} \text{ (α)}$

B3 I-α, II-β

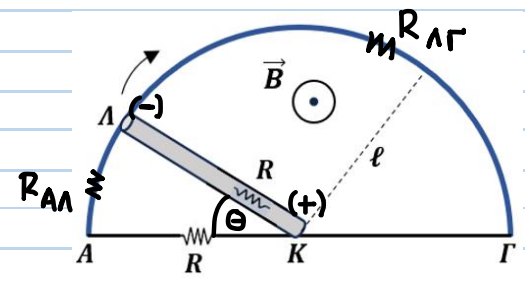
I) Ισχύει $\mathcal{E}_{\text{em}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t}$

Σε μια περίοδο $\Delta t = T$, $\Delta S = \pi \ell^2 \rightarrow \mathcal{E}_{\text{em}} = \frac{B\pi\ell^2}{T}$ (α)

II) Τα χρονικά στιγμή $t = T/6$

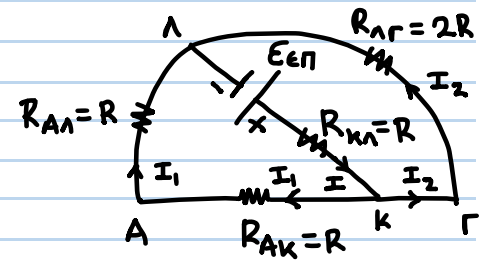
$\theta = \omega t = \frac{2\pi T}{T} \frac{1}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$

Ισχύει $R_{\Lambda\Gamma} = \rho \frac{\ell_{\Lambda\Gamma}}{S} = \rho \frac{\pi \cdot \ell}{S} = 3R$



$R_{\Lambda\Lambda} = \rho \frac{\ell_{\Lambda\Lambda}}{S} = \rho \frac{\pi/3 \ell}{S} = R$

$R_{\Lambda\Gamma} = \rho \frac{\ell_{\Lambda\Gamma}}{S} = \rho \frac{2\pi/3 \cdot \ell}{S} = 2R$



$R_1 = R_{\Lambda\Lambda} + R_{\Lambda\kappa} = 2R$

$R_2 = R_{\Lambda\Gamma} = 2R$

R_1, R_2 παράλληλες οπότε $R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R$

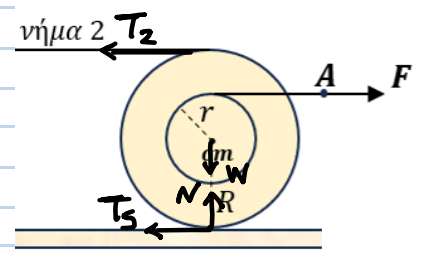
$R_{\text{ολ}} = R_{12} + R_{\kappa\lambda} = 2R$ οπότε $I = \frac{\mathcal{E}_{\text{em}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\pi\ell^2}{R \cdot T}$

$R_1 = R_2 \rightarrow V_{R_1} = V_{R_2} \Rightarrow I_1 = I_2 \rightarrow I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I/2$

$V_{\kappa\lambda} = I_1 R_1 = \frac{I}{2} R \Rightarrow V_{\kappa\lambda} = \frac{B\pi\ell^2}{2T}$ (β)

Θέμα Γ

Γ1] Ο δίσκος δέχεται την τάση \vec{T}_2 τη δύναμη \vec{F} , το βάρος του $\vec{W} = m\vec{g}$ τη στατική τριβή από τη δοκό \vec{T}_s και την κάθετη συνιστώσα \vec{N} από τη δοκό.



Ισορροπία δίσκου

$$\sum_{(S)} \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N = W = mg$$

$$\sum_{(S)} \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow F = T_2 + T_5 \Rightarrow T_2 = F - T_5 \quad (1)$$

$$\sum \tau_{cm(S)} = 0 \Rightarrow \tau_{T_2} - \tau_F - \tau_{T_5} = 0 \Rightarrow T_2 R - F \cdot \sqrt{r} - T_5 R = 0$$

$$\Rightarrow 0,8(F - T_5) - 0,4F - 0,8T_5 = 0 \Rightarrow 0,4F = 1,6T_5$$

$$\Rightarrow F = 4T_5 \Rightarrow \boxed{F = 40N} \quad \text{από (1)} \Rightarrow \boxed{T_2 = 30N}$$

Γ2 Η δοκός δέχεται το

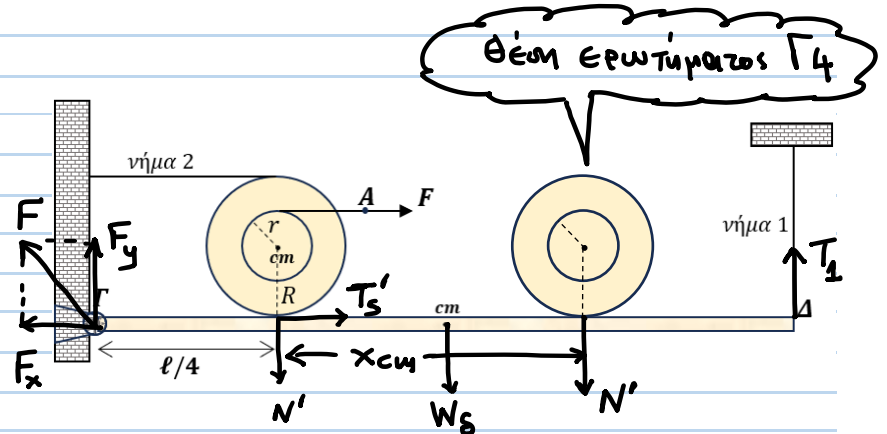
βάρος ως \vec{W}_S , των

τάσεων \vec{T}_i από το

νήμα 1, τις αντιδράσεις

T'_5, N' από τον δίσκο

και τη δύναμη \vec{F} από την ορθή.



Ισορροπία δοκού

$$\sum \tau_r = 0 \Rightarrow \tau_{T_1} - \tau_{N'} - \tau_{W_S} = 0 \Rightarrow T_1 l - N' \frac{l}{4} - W_S \frac{l}{2} = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{N'}{4} + \frac{Mg}{2} \quad \text{όπου } N = N' = mg = 20N \text{ (κατά μέτρο)}$$

$$\Rightarrow T_1 = (5 + 25)N \Rightarrow \boxed{T_1 = 30N}$$

Γ3 $\sum \vec{F}_{S,x} = \vec{0} \Rightarrow T'_5 = F_x \Rightarrow \underline{\underline{F_x = 10N}}$, $T'_5 = T_5 = 10N$ (κατά μέτρο)

$$\sum \vec{F}_{S,y} = \vec{0} \Rightarrow F_y + T_1 = N' + W_S \Rightarrow F_y = N' + Mg - T_1 \Rightarrow \underline{\underline{F_y = 40N}}$$

Ισχύει $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y \rightarrow$ μέτρο $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow \boxed{F = \sqrt{1700} N = 10\sqrt{17} N}$

Γ4 Έστω ότι ο δίσκος έχει διανύση απόστασης x_{cm} όταν

κόβεται το νήμα 1. Τότε $T_1 = T_{\theta P_1}$

$$\sum \tau_r = 0 \Rightarrow \tau_{T_{\theta P_1}} - \tau_{N'} - \tau_{W_S} = 0$$

$$\Rightarrow T_{\theta P_1} l - N' \left(\frac{l}{4} + x_{cm} \right) - Mg \frac{l}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 40 \cdot 8 - 20(2 + x_{cm}) - 50 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow 320 - 40 - 20x_{cm} - 200 = 0$$

$$\Rightarrow 20x_{cm} = 80 \Rightarrow x_{cm} = 4 \text{ m}$$

$$\text{Ισχύει } x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_{cm}}{a_{cm}}} \Rightarrow \boxed{t = 2 \text{ sec}}$$

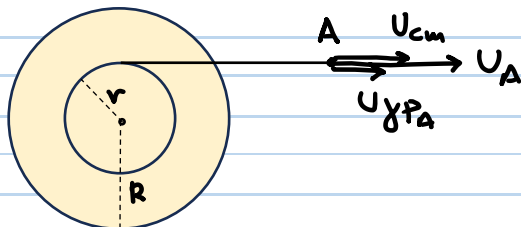
Για την ταχύτητα του σημείου A

του νύμφτος ισχύει $\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\pi A}$

$$\Rightarrow v_A = v_{cm} + v_{\gamma\pi A} = v_{cm} + r\omega = v_{cm} + \frac{R\omega}{2}$$

$$\Rightarrow v_A = v_{cm} + \frac{v_{cm}}{2} \Rightarrow v_A = \frac{3}{2} v_{cm}$$

$$\text{όπου } v_{cm} = a_{cm} t = 4 \text{ m/s} \rightarrow \boxed{v_A = 6 \text{ m/s}}$$



Θέμα Δ

Δ1 Ο αγωγός κινείται εντός ομπ οπότε

εμφανίζει ΗΕΔ \mathcal{E}_{em} . Τι χρονική στιγμή $t = 0$

έχει $v_0 \rightarrow \mathcal{E}_{\text{em}} = B v_0 \ell = 4 \text{ V}$, διαρρέεται από

ηλεκτρικό ρεύμα $I_{\text{aex}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{em}}}{R_{\text{ολ}}} = 2 \text{ A}$ οπότε

(όπου $R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 = 2 \Omega$)

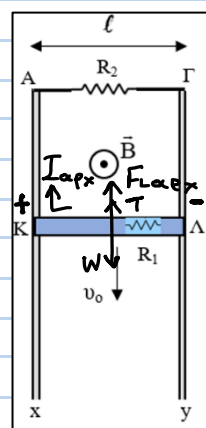
δέχεται $F_{\text{aex}} = B I_{\text{aex}} \ell = 2 \text{ N}$. Ταυτόχρονα

αποούνται το βάρος του \vec{w} και η τριβή \vec{T} από τους οδηγούς.

α) Ισχύει: $\sum F_y = m \cdot a \Rightarrow w - F_{\text{aex}} - T = m a$

$$\Rightarrow a = \frac{mg - F_{\text{aex}} - T}{m} \Rightarrow \boxed{a = 5 \text{ m/s}^2 \downarrow}$$

β) $V_{\text{κλ}} = I_{\text{aex}} \cdot R_2 = 2 \cdot 1,5 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V_{\text{κλ}} = 3 \text{ V}}$ ή $V_{\text{κλ}} = \mathcal{E}_{\text{em}} - I R_1 = 3 \text{ V}$.



Δ2 Ο αγωγός επιταχύνεται οπότε η ταχύτητα, η ΗΕΔ \mathcal{E}_{em} , το

ηλεκτρικό ρεύμα I και η δύναμη Laplace F_L αυξάνονται.

Η συνισταμένη δύναμη $\sum F_y = w - F_L - T$ μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί οπότε ο αγωγός αποκτά την οριακή ταχύτητα v_{op} .

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow w - F_L - T = 0 \Rightarrow F_L = w - T \Rightarrow B I \ell = w - T$$

$$\Rightarrow B \frac{\mathcal{E}\ell}{R_{01}} \ell = W - T \Rightarrow B \frac{B v_{op} \ell}{R_{01}} \ell = W - T \Rightarrow \frac{B^2 \ell^2}{R_{01}} v_{op} = mg - T$$

$$\Rightarrow v_{op} = \frac{(mg - T) R_{01}}{B^2 \ell^2} \Rightarrow \boxed{v_{op} = 12 \text{ m/s}}$$

Δ3 α) Δίνεται $\frac{dQ_T}{dt} = 40\% \frac{dQ_{R_{01}}}{dt} \Rightarrow T \cdot v = 0,4 I^2 R_{01}$

$$\Rightarrow T \cdot v = 0,4 \frac{B^2 v^2 \ell^2}{R_{01}^2} R_{01} \Rightarrow T = 0,4 \frac{B^2 \ell^2}{R_{01}} \cdot v \Rightarrow v = 2,5 \frac{T \cdot R_{01}}{B^2 \ell^2} \Rightarrow \boxed{v = 10 \text{ m/s}}$$

β) $E_{μηχ} = K + U \rightarrow \frac{dE_{μηχ}}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt}$

όπου $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F \frac{dy}{dt} = \Sigma F \cdot v = +1 \cdot 10 \text{ J/s} = 10 \text{ J/s}$

όπου $v = 10 \text{ m/s}$ $I = \frac{\mathcal{E}\ell}{R_{01}} = \frac{Bv\ell}{R_{01}} = \frac{10}{2} \text{ A} \rightarrow F_L = BIl = 5 \text{ N}$, $\Sigma F = mg - F_L - T = 1 \text{ N}$

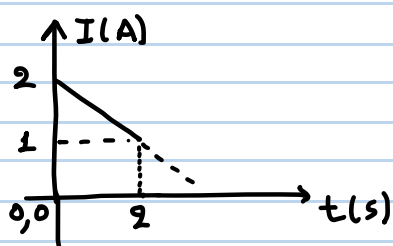
και $\frac{dU}{dt} = - \frac{dW_w}{dt} = - \frac{+W dy}{dt} = -mg \cdot v = -80 \text{ J/s}$.

αρα $\frac{dE_{μηχ}}{dt} = +10 \text{ J/s} - 80 \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dE_{μηχ}}{dt} = -70 \text{ J/s}}$

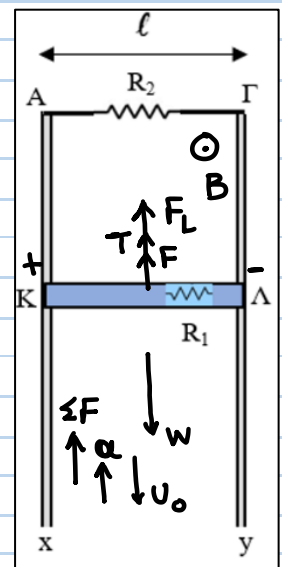
Δ4 Ο αγωγός ευτελεί εωδύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση οπότε $v = v_0 - at \Rightarrow v = 4 - t \text{ SI}$

$$\mathcal{E}\ell = Bv\ell \Rightarrow \mathcal{E}\ell = 4 - t, \text{ SI}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}\ell}{R_{01}} \Rightarrow \underline{I = 2 - 0,5t \text{ S.I.}}$$



Το φορτίο είναι ίσο με το εμβαδόν στο διάγραμμα έντασης - χρόνου



$$\Delta q = \Sigma_{\text{εμβαδόν}} = \frac{2+1}{2} \cdot 2 \text{ C} \Rightarrow \boxed{\Delta q = 3 \text{ C}}$$

$$\Delta 5 \quad v_0 = 4 \text{ m/s} \rightarrow F_{\text{Lapex}} = 2 \text{ N}, T = 2 \text{ N}, W = mg = 8 \text{ N}$$

Επειδή $W = 8 \text{ N} > F_{\text{Lapex}} + T = 4 \text{ N}$ και η $\Sigma \vec{F}$ είναι αντίρροπη του βάρους \vec{W} , η εξωτερική δύναμη \vec{F} θα έχει φορά προς τα πάνω.

$$\text{Ισχύει: } I = 2 - 0,5t, \text{ sI} \rightarrow F_L = BIL \Rightarrow \underline{F_L = 2 - 0,5t \text{ s.I.}}$$

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F + F_L + T - W = ma \Rightarrow F + 2 - 0,5t + 2 - 8 = 0,8$$

$$\Rightarrow \underline{F = 4,8 + 0,5t, \text{ s.I.}}$$

$$\text{Τη χρονική στιγμή } t = 2 \text{ sec} \begin{cases} \rightarrow v = 4 - t = (4 - 2) \text{ m/s} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s} \\ \rightarrow F = 4,8 + 0,5t = (4,8 + 1) \text{ N} \Rightarrow F = 5,8 \text{ N} \end{cases}$$

$$P_F = \frac{dW_F}{dt} = - \frac{F \cdot dy}{dt} = - F \cdot v = - 5,8 \cdot 2 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_F = - 11,6 \text{ W}}$$