

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/01/2023

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει ρίζες πραγματικές, να αποδείξετε ότι:

i. $S = -\frac{\beta}{\alpha}$

ii. $P = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 6

A2. Τι ονομάζουμε ν-οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α;

Μονάδες 5

A3. Να αποδείξετε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις στο τετράδιό σας, με Σ αν είναι Σωστές ή με Λ αν είναι Λανθασμένες:

α. Αν οι συντελεστές α και γ της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

β. Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$ τότε $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$.

γ. Αν $\alpha > \beta$ και $\alpha > -\beta$ τότε $\alpha > 0$.

δ. Αν $\alpha^2 = \beta$, τότε $\alpha = \sqrt{\beta}$.

ε. Το γινόμενο $\alpha \cdot \beta$ δύο άρρητων αριθμών α και β, είναι άρρητος αριθμός.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1.

α) Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - x - 6 = 0$. (1)

Μονάδες 6

β) Να λύσετε την ανίσωση $|x - 1| < 2$. (2)

Μονάδες 6

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



γ) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του x που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις σχέσεις (1) και (2).

Μονάδες 3

B2. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $\alpha > \beta$, με $\beta > 1$ και $\alpha > 1$, τότε:

i. Να δείξετε ότι $\frac{\alpha-\beta}{|\alpha-\beta|} - \frac{|1-\alpha|}{1-\alpha} = 2$ Μονάδες 5

ii. Να δείξετε ότι $\alpha + \beta > \frac{\alpha-\beta}{|\alpha-\beta|} - \frac{|1-\alpha|}{1-\alpha}$ Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να μετατρέψετε το παρακάτω κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

Μονάδες 5

Γ2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $x^4 - 7x^2 - 8 = 0$

ii. $x^2 - 8|x| + 12 = 0$

iii. $\frac{1}{x} + \frac{x^2+1}{x^2+x} + \frac{x+3}{x+1} = 0$

iv. $||x| - x| = 4 - 3|x|$

Μονάδες 20

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4(\lambda + 1)x + 8\lambda - 1 = 0$ (1).

i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε τιμή της παραμέτρου λ . **Μονάδες 4**

ii. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1), να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2)$ είναι ανεξάρτητη του λ . **Μονάδες 4**

Δ2. Έστω ρ_1, ρ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x - 4 = 0$. Χωρίς να βρείτε τις ρ_1, ρ_2 , να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

i. $\rho_1^2 + \rho_2^2$ **Μονάδες 3**

ii. $\rho_1^3 + \rho_2^3$ **Μονάδες 3**

iii. $(\rho_1 - \rho_2)^2$ **Μονάδες 3**

iv. $\frac{\rho_1^2 + 2}{\rho_2} + \frac{\rho_2^2 + 2}{\rho_1}$ **Μονάδες 3**

Δ3. Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$ με $\alpha \neq \gamma$, να δείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!