

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 09/04/2023

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό της συνάρτησης . (Μονάδες 6)

A2. Πότε μια ακολουθία λέγεται Αριθμητική Πρόοδος; (Μονάδες 5)

A3. Δίνεται ο ακόλουθος ισχυρισμός: «Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f . Αν φέρουμε μια ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$, τότε η ευθεία αυτή θα τέμνει την C_f τουλάχιστον σε ένα σημείο». Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως Αληθή ή Ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 1+3)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι Σωστές ή με Λ αν είναι Λανθασμένες:

i. Η ανίσωση $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ είναι Αδύνατη .

ii. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x+2}{\sqrt{x}-1}$ έχει πεδίο ορισμού το $[1, +\infty)$.

iii. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{-1}{x^2+1}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

iv. Η ανίσωση $\lambda^2 x^2 + 4\lambda x + 5 \leq 0$, με $\lambda \neq 0$, αληθεύει για όλα τα $x \in \mathbb{R}$.

v. Η εξίσωση $|x| = x - 2$ έχει μοναδική λύση.

(Μονάδες 10)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Β

Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

ii. $g(x) = \frac{3x-4}{x^2+4|x|+3}$

iii. $h(x) = \frac{x+3}{x^2+2x+5}$

iv. $k(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3} + \sqrt{-x^2 + x + 12}$

v. $\varphi(x) = \begin{cases} x + 8, & x < -2 \\ 2x^2 + 3, & -2 < x < 1 \\ x - 7, & 1 \leq x \end{cases}$

(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2\beta x + (\beta^2 - 4)$, με παράμετρο $\beta > 2$.

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^2 - 2\beta x + (\beta^2 - 4) = 0$ έχει ρίζες τις:

$$x_1 = \beta - 2 \text{ και } x_2 = \beta + 2.$$

(Μονάδες 4)

Γ2. Να εξετάσετε αν οι αριθμοί $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 5)

Γ3. Αν ισχύει $x_1 < \alpha < x_2 < \gamma$, όπου x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να προσδιορίσετε το πρόσημο του γινομένου:

$$\alpha \cdot f(\alpha) \cdot \gamma \cdot f(\gamma) \cdot f(0)$$

(Μονάδες 7)

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



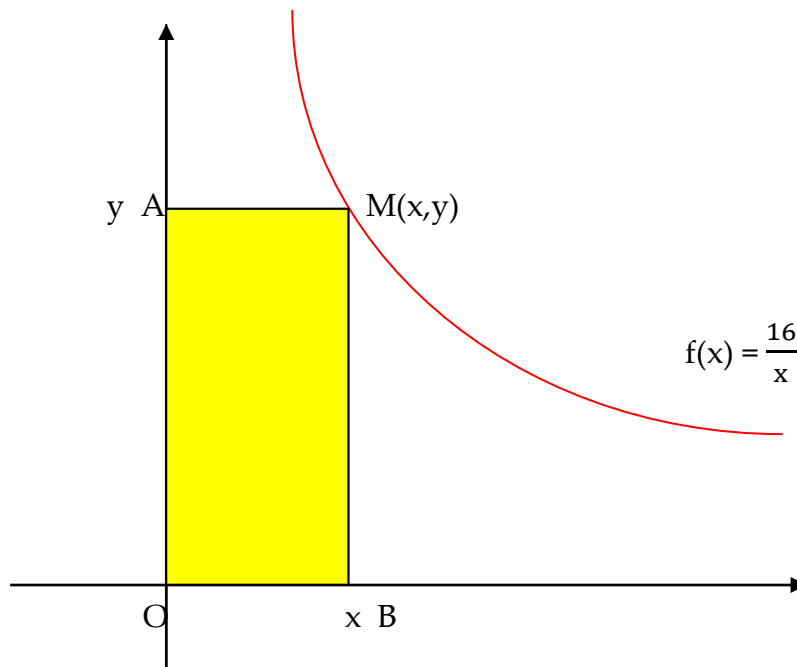
Γ4. Να βρείτε την τιμή του $\beta > 2$, ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $M(3,-4)$. **(Μονάδες 4)**

Γ5. Για $\beta = 3$, να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα x' . **(Μονάδες 5)**

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{16}{x}, x > 0$$



Ένα σημείο $M(x,y)$ κινείται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης και έστω A και B οι προβολές του M στους άξονες $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



Δ1. Να δείξετε ότι όλα τα ορθογώνια ΟΑΜΒ που προκύπτουν για τις διάφορες θέσεις του σημείου Μ, έχουν εμβαδόν 16 τετραγωνικές μονάδες, ενώ η περίμετρός τους δίνεται, σε μονάδες μήκους, από τη συνάρτηση $\Pi(x) = 2x + \frac{32}{x}$, όπου x η τετμημένη του σημείου Μ.

(Μονάδες 8)

Δ2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Μ, ώστε το ορθογώνιο ΟΑΜΒ να έχει περίμετρο 20 μονάδες μήκους.

(Μονάδες 7)

Δ3. Αν Μ' είναι το σημείο της γραφικής παράστασης της f, ώστε το ορθογώνιο ΟΑΜ'Β να είναι τετράγωνο:

- i. Να δείξετε ότι το Μ' έχει τετμημένη 4. **(Μονάδες 4)**
- ii. Να δείξετε ότι το τετράγωνο ΟΑΜ'Β έχει τη μικρότερη περίμετρο

από όλα τα ορθογώνια ΟΑΜΒ, δηλαδή ότι $\Pi(x) \geq \Pi(4)$, για κάθε $x > 0$.

(Μονάδες 6)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!