

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/05/2024

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$ ; (Μονάδες 6)

**A2.** Τι ονομάζουμε  $n$ -οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού  $a$ ; (Μονάδες 5)

**A3.** Να αποδείξετε ότι:  $|a + b| \leq |a| + |b|$  (Μονάδες 4)

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με  $\Sigma$  αν είναι Σωστές ή με  $\Lambda$  αν είναι Λανθασμένες:

i. Τα σημεία  $A(x,y)$  και  $B(-x,y)$  είναι για κάθε τιμή των  $x, y$  συμμετρικά ως προς τον άξονα  $x'x$ .

ii. Η εξίσωση  $x^2 + \beta x + \gamma = 0$  έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν  $\beta^2 - 4\gamma \geq 0$ .

iii. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $a, \beta, \gamma, \delta$  ισχύει η πρόταση:

$$\text{Αν } a < \beta \text{ και } \gamma < \delta \text{ τότε } a \cdot \gamma < \beta \cdot \delta$$

iv. Αν ισχύουν  $a > 0$  και  $\Delta < 0$ , όπου  $\Delta$  η διακρίνουσα του τριωνύμου  $ax^2 + \beta x + \gamma$ , τότε το τριώνυμο  $ax^2 + \beta x + \gamma$  είναι αρνητικό για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό  $x$ .

v. Τρεις αριθμοί  $a, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου αν και μόνο αν ισχύει  $\beta = \frac{a+\gamma}{2}$ .

(Μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $a, \beta$  ισχύει  $a > \beta$ , με  $\beta > 1$  και  $a > 1$ ,

τότε:

i. Να δείξετε ότι:  $\frac{a-\beta}{|a-\beta|} - \frac{|1-a|}{1-a} = 2$  (Μονάδες 6)

ii. Να δείξετε ότι:  $\alpha + \beta > \frac{\alpha - \beta}{|\alpha - \beta|} - \frac{|1 - \alpha|}{1 - \alpha}$  **(Μονάδες 6)**

**B2.** Δίνεται η παράσταση:  $A = \sqrt{1 - x} - \sqrt[4]{x^4}$

- i. Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του  $x$  σε μορφή διαστήματος. **(Μονάδες 7)**
- ii. Αν  $x = -3$ , να αποδείξετε ότι:  $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$ . **(Μονάδες 6)**

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1. α.** Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$|2x - 5| \leq 3 \quad \text{και} \quad 2x^2 - x - 1 \geq 0 \quad \text{(Μονάδες 8)}$$

**β.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος (α).

**(Μονάδες 4)**

**Γ2.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & , x \leq 3 \\ x^2 & , 3 < x < 10 \end{cases}$

- i. Να γράψετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  σε μορφή διαστήματος. **(Μονάδες 3)**
- ii. Να υπολογίσετε τις τιμές  $f(-1)$ ,  $f(3)$  και  $f(5)$ . **(Μονάδες 3)**
- iii. Διέσχεται η γραφική παράσταση της  $f$  από την αρχή των αξόνων; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **(Μονάδες 3)**
- iv. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της  $f$  που έχει τεταγμένη  $y = 21$  **(Μονάδες 4)**

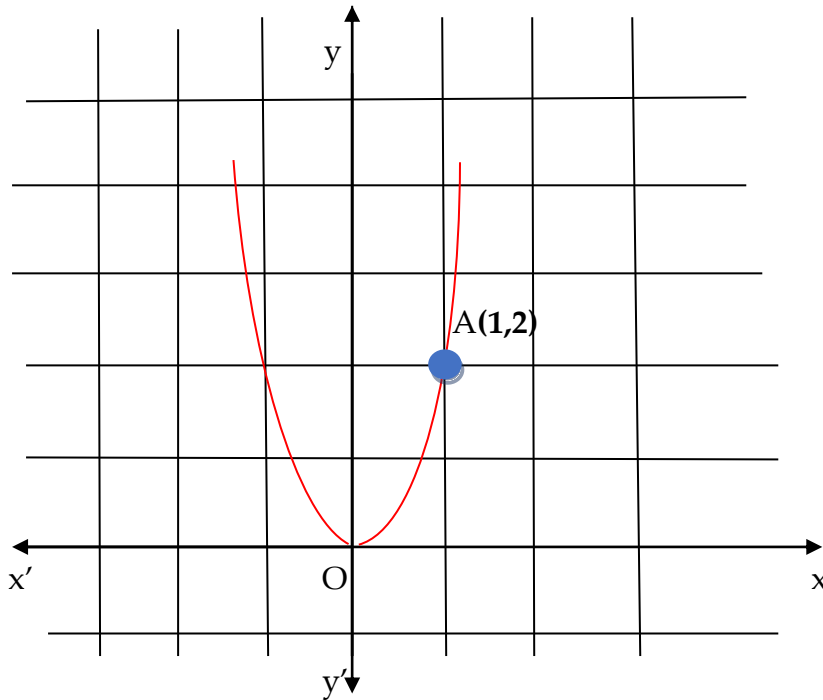
## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Θεωρούμε την εξίσωση  $x^2 + 2x + 3 = \lambda$ , με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**α.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση  $x^2 + 2x + 3 = \lambda$  έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. **(Μονάδες 3)**

**β.** Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει διπλή ρίζα, την οποία και να προσδιορίσετε. **(Μονάδες 3)**

**Δ2.** Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση  $C_f$  της συνάρτησης  $f(x) = \alpha x^2$ , με παράμετρο  $\alpha > 0$ .



- α.** Αν το σημείο  $A(1,2)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ , να δείξετε ότι η τιμή της παραμέτρου είναι  $\alpha = 2$ . **(Μονάδες 3)**
- β.**
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon$  που διέρχεται από το σημείο  $M(1,6)$  και έχει κλίση  $\lambda = 2$ . **(Μονάδες 4)**
  - Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας  $\epsilon$  με τους άξονες και στη συνέχεια να τη σχεδιάσετε. **(Μονάδες 5)**
- γ.**
- Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της  $f$  που βρίσκονται κάτω από την ευθεία  $\epsilon: y = 2x + 4$ . **(Μονάδες 3)**
  - Να λύσετε αλγεβρικά την ανίσωση του προηγούμενου ερωτήματος. **(Μονάδες 4)**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**