

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



**ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ**  
**ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 07-05-2023**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μια ακολουθία ονομάζεται γεωμετρική πρόοδος;

**Μονάδες 5**

**A2.** Αν οι ρίζες της εξίσωσης,  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  με  $a \neq 0$  είναι οι  $\rho_1$  και  $\rho_2$  δείξτε ότι:  $S = \rho_1 + \rho_2 = \frac{-\beta}{\alpha}$

και  $P = \rho_1 \cdot \rho_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$ . (τύποι Vieta)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο απαντήσεων, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, το γράμμα «Σ», αν θεωρείτε την πρόταση σωστή, ή το γράμμα «Λ», αν θεωρείτε την πρόταση λανθασμένη:

**α.** Η ευθεία  $y = -x$  είναι διχοτόμος των γωνιών  $\hat{xOy}$  και  $\hat{x'Oy'}$  των αξόνων.

**β.** Αν  $A(\alpha, \beta)$  είναι ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, το συμμετρικό του ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το σημείο  $\Delta(\alpha, -\beta)$ .

**γ.** Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης τέμνει κάθε κατακόρυφη ευθεία σε ένα το πολύ σημείο.

**δ.** Αν  $\Delta=0$  τότε η διπλή ρίζα της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$  είναι η  $-\frac{\beta}{\alpha}$

**ε.** Η εξίσωση  $7x^2 - 8x + 7 = 0$  έχει δύο ρίζες αντίστροφες.

**Μονάδες 10**

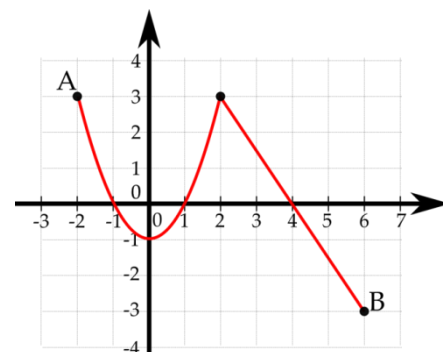
**ΘΕΜΑ Β**

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$ . Να βρείτε:

**B1.** Το πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 3**

**B2.** Το σύνολο τιμών της. **Μονάδες 3**

**B3.** Τις τιμές  $f(-2)$ ,  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(4)$  και  $f(6)$ . **Μονάδες 5**



1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1  
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13  
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551  
www.en-dynamei.gr



- B4. Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες  $x'$  και  $y'$ . **Μονάδες 6**
- B5. Τις λύσεις της εξίσωσης  $f^2(x) - 3f(x) = 0$ . **Μονάδες 5**
- B6. Τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της  $f$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'$ . **Μονάδες 3**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{x^3 - 9x}{x^2 + 3x}$ .

G1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να δείξετε ότι  $f(x) = x - 3$ . **Μονάδες 6**

G2. Να υπολογίσετε την παράσταση  $A$  και να ρητοποιήσετε τον παρονομαστή:

$$A = \frac{f(4) - f(1)}{2 - \sqrt{f(5)}}$$

**Μονάδες 5**

G3. Να λυθεί η εξίσωση:  $|f(5) \cdot x - 1| = |2 - f(4) \cdot x|$ .

**Μονάδες 5**

G4. Να λυθεί η ανίσωση:  $|f(x) + 5| \geq 4$

**Μονάδες 5**

G5. Να λυθεί η εξίσωση:  $f^2(x) + 5f(x) - 6 = 0$

**Μονάδες 4**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο:  $g(x) = x^2 - 3\lambda x + 2\lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$ . **Μονάδες 5**

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες:

α. το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες. **Μονάδες 3**

β. η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3\lambda x + 2\lambda}$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ . **Μονάδες 5**

Δ3. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda$ , για την οποία το τριώνυμο  $g(x)$  έχει δύο ρίζες  $x_1, x_2$  με  $x_1 + x_2 = x_1 x_2 - 1$ . **Μονάδες 4**

Δ4. Για  $\lambda=1$  να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $h$  με τύπο  $h(x) = \frac{g(x)}{x-1}$  και να αποδείξετε

ότι  $h(x) = x - 2$ . Κατόπιν να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = h(3) + h(4) + \dots + h(102) \text{ και } B = 10^{h(2)} + 10^{h(3)} + \dots + 10^{h(10)}$$

**Μονάδες 8**

**Ευχόμαστε Επιτυχία!!!**