

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/10/2023

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε ένας αριθμός α λέμε ότι είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β ;

Μονάδες 7

A2. Αν ο α^2 είναι άρτιος αριθμός, να αποδείξετε ότι και ο α είναι άρτιος αριθμός.

Μονάδες 5

A3. Να συμπληρωθούν, στο τετράδιό σας, τα κενά των παρακάτω προτάσεων:

1. $(-\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

2. $\alpha^4 - \beta^4 = \dots\dots\dots$

3. $\alpha^3 + \beta^3 = \dots\dots\dots$

4. $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

5. $(\alpha - \beta + \gamma)^2 = \dots\dots\dots$

Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα από κάθε μία, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Ισχύει ότι: $-\alpha^7 = (-\alpha)^7$.

ii. Ισχύει ότι: $2^{-1} + 2^{-1} = 2^{-2}$.

iii. Αν $\alpha^2 > 0$ τότε $\alpha > 0$.

iv. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$ τότε $\alpha\gamma > \beta\delta$ για κάθε $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου, ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός, ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = 2\alpha^2 + \beta^2 + 9 \quad \text{και} \quad \Lambda = 2\alpha(3-\beta), \quad \text{όπου} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

i. Να δείξετε ότι: $K - \Lambda = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)$.

Μονάδες 2

ii. Να δείξετε ότι: $K \geq \Lambda$, για κάθε τιμή των α, β .

Μονάδες 5

iii. Για ποιες τιμές των α, β ισχύει η ισότητα $K = \Lambda$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

B2. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \neq 0$ ισχύει ότι: $(\alpha + \beta) \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) = 4$, τότε να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2$.

Μονάδες 6

ii. $\alpha = \beta$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i. $\frac{x^3 - x^2 + x}{x^3 + 1}$

ii. $\frac{3x^2 + 6x}{-x^2 - 4x - 4}$

iii. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \cdot \frac{x^3 + x^2}{(x+1)^3}$

Μονάδες 9

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030

2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551

www.en-dynamei.gr



Γ2. Να απλοποιηθεί η παράσταση :

$$A = \frac{x^{-4}y^2(x^{-1}y^{-2})^4(x^{-2}y)^{-1}}{(x^2y)^{-2}y^{-3}}$$

Μονάδες 8

Γ3. Να δείξετε ότι η παράσταση $A = x - (x + 2)^3 + 6(x + 1)^2 + x(x - 1)(x + 1)$ είναι ανεξάρτητη του x .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν α και β πραγματικοί αριθμοί με $1 \leq \alpha \leq 6$ και $2 \leq \beta \leq 7$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

- i. $\alpha + 2\beta$
- ii. $\alpha - \beta$
- iii. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$
- iv. $\frac{\alpha}{\beta}$
- v. $\alpha^2 + \beta^2$

Μονάδες 10

Δ2. Δίνεται η παράσταση $A = 2x^3 - 6x^2 + x - 3$

- i. Να δείξετε ότι: $A = (x-3)(2x^2 + 1)$.
- ii. Να αποδείξετε ότι: $A > 2x^2 + 1$ για $x > 4$.
- iii. Να δείξετε ότι $A \geq (x-3)(10x - 11)$ για $x > 2$.

Μονάδες 3

Μονάδες 3

Μονάδες 4

Δ3. Αν $\alpha^3 + \alpha = 1$, να δείξετε ότι $\alpha \neq 1$.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!