

# Διαγώνισμα Άλγεβρας Α' Λυκείου

## (Λύσεις)

### Θέμα Α

Α) Σχολικό Βιβλίο, σελίδα 146

Α<sub>2</sub> Σχολικό Βιβλίο, σελίδα 90

Α<sub>3</sub> i) Σ

ii) Σ

iii) Λ

iv) Λ

v) Λ

### Θέμα Β

Β<sub>1</sub> i) Αφού  $\sqrt{2}$  άρρητος, τότε  $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2$

Αφού  $-3$  ρητός, τότε  $f(-3) = 2 \cdot (-3) = -6$

ii) Αφού  $x$  ρητός, τότε  $f(x) = 2x$

άρα  $[f(x)]^2 = 4x - 1$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 = 4x - 1$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Β<sub>2</sub> i)  $a_6 = a_1 + (6-1) \cdot w \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 26 = 41 + 5w$$

$$\Leftrightarrow 5w = -15$$

$$\Leftrightarrow w = -3$$



$$\text{iii) } \text{Πρηνει } x^2 - 2x \geq 0$$

$$\Delta = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2}{2} = \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix}$$

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$x^2 - 2x$	$+$	$\phi$	$-$	$+$

$$x \in (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

$$\text{Αρα } A_f = (-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (-2\sqrt{2}, 0) \cup [2, 2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$$

$$\text{iv) } \text{Πρηνει } x^2 - 7x + 6 \geq 0$$

$$\Delta = 49 - 24 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix}$$

$x$	$-\infty$	$1$	$6$	$+\infty$
$x^2 - 7x + 6$	$+$	$\phi$	$-$	$+$

$$x \in (-\infty, 1] \cup [6, +\infty)$$

$$\hookrightarrow -x^2 + 7x + 8 \geq 0$$

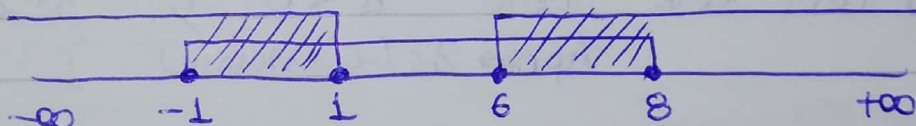
$$\Delta = 49 + 32 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 9}{-2} = \begin{matrix} -1 \\ 8 \end{matrix}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$8$	$+\infty$
$-x^2 + 7x + 8$	$-$	$\phi$	$+$	$-$

$$x \in [-1, 8]$$

Συναρτήσεις:



$$A_f = [-1, 1] \cup [6, 8]$$

$$\text{v) } \text{Πρηνει } 4 - |x| \geq 0$$

$$\Leftrightarrow |x| \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4$$

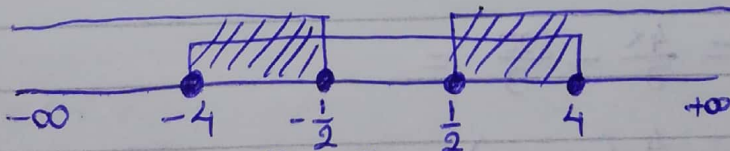
$$\hookrightarrow 6|x| - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 6|x| \geq 3$$

$$\Leftrightarrow |x| \geq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2} \text{ ή } x \leq -\frac{1}{2}$$

Συναρτήσεις:



$$A_f = [-4, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, 4]$$

## Θέμα Δ

Δ<sub>1</sub> i)  $(\lambda+2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda$   
 $\Delta = (-2\lambda)^2 - 4(\lambda+2) \cdot 3\lambda =$   
 $= 4\lambda^2 - 12\lambda^2 - 24\lambda =$   
 $= -8\lambda^2 - 24\lambda$

$$\Delta < 0$$

$$\Leftrightarrow -8\lambda^2 - 24\lambda < 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 + 3\lambda > 0$$

$$\Delta = 9$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-3 \pm 3}{2} = \begin{matrix} 0 \\ -3 \end{matrix}$$

$\lambda$	$-3$	$-2$	$0$	
$\lambda^2 + 3\lambda$	$+$	$\phi$	$-$	$+$

$$\lambda \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$$

ii) Για να αληθεύει η ανίσωση  $(\lambda+2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0$ ,  $\lambda+2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  πρέπει  $\Delta < 0$  &  $\lambda+2 < 0$   
Άρα  $\lambda \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$  &  $\lambda < -2$

Συμπερασματικά:  $\lambda \in (-\infty, -3)$

Δ<sub>2</sub> i) Έστω  $x$  οι βωβές αναψίξεις, τότε  $100-x$  οι πανθαλασσινές. Άρα οι μονάδες θα είναι:

$$E(x) = x \cdot 1 + (100-x) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) =$$

$$= x - \frac{100}{3} + \frac{x}{3} =$$

$$= \frac{4x}{3} - \frac{100}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}(x-25)$$

$$\text{ii) } E(x) = 88$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}(x-25) = 88$$

$$\Leftrightarrow 4x - 100 = 264$$

$$\Leftrightarrow 4x = 364$$

$$\Leftrightarrow x = 91$$

Άρα οι σωβήρες ανατήσεις είναι 91  
οι λανθασμένες  $100 - 91 = 9$

$$\text{iii) Έστω } E(x) = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}(x-25) = 50$$

$$\Leftrightarrow 4x - 100 = 150$$

$$\Leftrightarrow 4x = 250$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{4}$$

Όμως  $\frac{250}{4} \notin \mathbb{N}$  οπότε δεν μπορεί η βαθμολογία να είναι 50

$$\text{iv) } E(x) > 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}(x-25) > 50$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{250}{4} \approx 62,5$$

Άρα πρέπει να ανατήσει σωστά 63 ερωτήσεις

v) Έστω  $E(x_1) \leq E(x_2)$  οι βαθμολογίες των δύο φοιτητών αντίστοιχα με  $x_1, x_2$  οι σωβήρες τους ανατήσεις.

$$\text{Τότε: } E(x_1) + E(x_2) = 140$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}(x_1 - 25) + \frac{4}{3}(x_2 - 25) = 140$$

$$\Leftrightarrow 4x_1 - 100 + 4x_2 - 100 = 420$$

$$\Leftrightarrow 4(x_1 + x_2) = 620$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 155$$

Οι λανθασμένες ανατήσεις  $\leq$  των δύο ήταν  $200 - 155 = 45$