

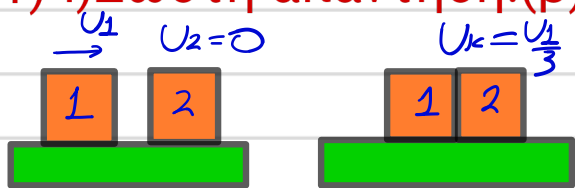
Λύσεις Β Λυκείου 03-01-2025

Θέμα Α

- A1) γ A2) β A3) α A4) δ
A5) α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Λ

Θέμα Β

B1) i) Σωστή απάντηση: (β)



Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν για το σύστημα των δύο σωμάτων, οπότε εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο.:

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετ)} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{κοινη} \stackrel{(+)}{\Rightarrow} m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot \frac{v_1}{3}$$
$$\Rightarrow 3m_1 = m_1 + m_2 \Rightarrow m_2 = 2m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$$

ii) Σωστή απάντηση: (γ)

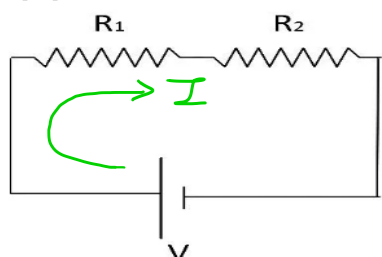
Η γενίκευση του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το σώμα μάζας m_1 κατά την κρούση, δίνει:

$$\sum \vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} \Rightarrow \sum \vec{F}_1 = \frac{\vec{p}_1' - \vec{p}_1}{\Delta t} \stackrel{(+)}{\Rightarrow} \sum F_1 = \frac{m_2 \cdot \frac{v_1}{3} - m_1 \cdot v_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow -2m_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = -\frac{2}{3} m_1 \cdot v_1 \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} s$$

B2) Σωστή απάντηση: (α)

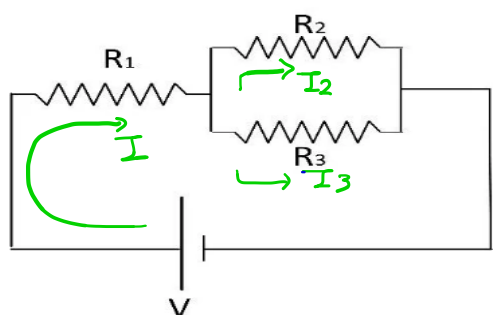
Αρχικά, οι δύο αντιστάτες συνδέονται σε σειρά, οπότε διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος:



$$R_{ολ} = R_1 + R_2 = R + 2R \Rightarrow R_{ολ} = 3R$$

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{3R}$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 = \frac{V^2}{(3R)^2} \cdot 2R = \frac{V^2}{9R} \cdot 2R \Rightarrow P_2 = \frac{2V^2}{9R} (1)$$



Οι αντιστάτες R_2 και R_3 συνδέονται παράλληλα, οπότε:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = \frac{4R^2}{4R} = R$$

$$R_{02} = R_1 + R_{23} \Rightarrow R_{02} = R + R \Rightarrow R_{02} = 2R$$

$$\text{Άρα: } I = \frac{V}{R_{02}} = \frac{V}{2R}$$

Νόμο παραλληλότητας σύνδεσης:

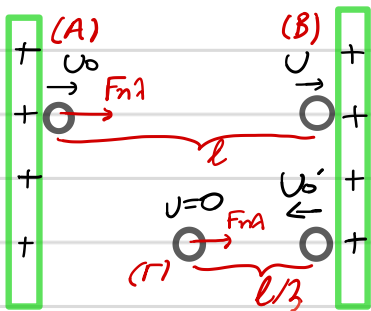
$$V_2 = V_3 \Rightarrow I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow I_2 \cdot 2R = I_3 \cdot 2R \Rightarrow I_2 = I_3 \quad (2)$$

$$I_2 + I_3 = I \stackrel{(1)}{\Rightarrow} I_2 + I_2 = I \Rightarrow 2 \cdot I_2 = I \Rightarrow I_2 = \frac{V}{4 \cdot R}$$

$$\text{Έτσι: } P_2' = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{V^2}{16R^2} \cdot 2R \Rightarrow P_2' = \frac{V^2}{8R} \quad (3)$$

$$\frac{(3)}{(1)} \Rightarrow \frac{P_2'}{P_2} = \frac{V^2/8R}{2V^2/9R} = \frac{9}{16} \Rightarrow P_2' = \frac{9}{16} \cdot P_2$$

B3) Σωστή απάντηση: (γ)



Το σωματίδιο αρχικά εκτελεί Ε.Ο.Επιτ.Κ, αφού η ηλεκτρική δύναμη είναι ομόρροπη της αρχικής ταχύτητας.

Θ.Μ.Κ.Ε. (A → B)

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{F_{\text{m}1}}^{A \rightarrow B} \Rightarrow \frac{1}{2} m (4u_0)^2 - \frac{1}{2} m \cdot u_0^2 = +q \cdot V$$

$$\Rightarrow 8m \cdot u_0^2 - \frac{m \cdot u_0^2}{2} = q \cdot V \Rightarrow q \cdot V = \frac{15m \cdot u_0^2}{2} \quad (1)$$

Κατά την κίνηση του από τη θέση Β στη θέση Α, η ηλεκτρική δύναμη είναι αντιρροπη της αρχικής ταχύτητας, οπότε το σωματίδιο εκτελεί Ε.Ο.Επιβ.Κ.

$$E = \frac{V}{(AB)} = \frac{V}{(BF)} \Rightarrow V' = \frac{V}{(AB)} \cdot \frac{(AB)}{3} \Rightarrow V' = \frac{V}{3}$$

$$\text{Θ.Μ.Κ.Ε. (B → A): } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = -q \cdot \frac{V}{3} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 0 - \frac{1}{2} m u_0'^2 = -\frac{1}{3} \cdot \frac{15}{2} m \cdot u_0^2$$

$$\Rightarrow u_0' = \sqrt{5} \cdot u_0$$

Θέμα Γ

Γ1) Το σώμα Σ₁ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο, οπότε:

$$U_1 = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{U_1}{2\pi \cdot \ell} \Rightarrow f_1 = \frac{5}{4\pi} \text{ Hz} \rightarrow T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{4\pi}{5} \text{ s}$$

$$\Rightarrow T_1 = 0,8\pi \text{ s}$$

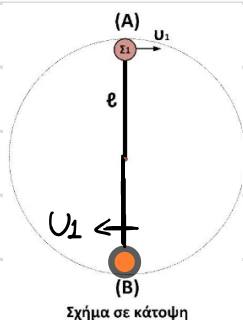
$$U_1 = \omega_1 \cdot R \Rightarrow \omega_1 = \frac{U_1}{\ell} = \frac{5}{2} \Rightarrow \omega_1 = 2,5 \text{ rad/s}$$

Γ2) $\theta = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

$$\omega = \frac{\theta}{t} \Rightarrow t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\pi/6}{2,5} \Rightarrow t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$$

$$\text{Μήκος τόξου: } s = R \cdot \theta = 2 \cdot \frac{\pi}{6} \Rightarrow s = \frac{\pi}{3} \text{ m}$$

Γ3)



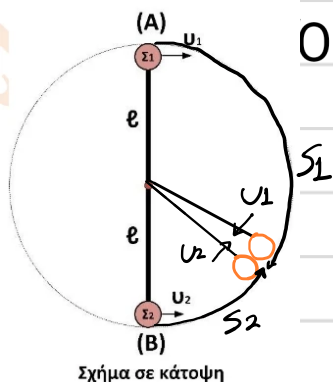
$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$$

Επειδή τα διανύσματα είναι παράλληλα μεταξύ τους, ορίζουμε θετική φορά.

$$\leftarrow (+) \Delta p_1 = m_1 U_1 - (-m_1 U_1) = 2m_1 U_1$$

$$\Rightarrow \Delta p_1 = 2 \cdot 1 \cdot 5 \Rightarrow \Delta p_1 = 10 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Γ4)



Όταν συγκρουστούν για πρώτη φορά, θα ισχύει:

$$s_1 + s_2 = \frac{s_{\text{κυκλου}}}{2} \Rightarrow U_1 \cdot t + U_2 \cdot t = \frac{2\pi R}{2}$$

$$\Rightarrow 5 \cdot t + 1 \cdot t = 2\pi \Rightarrow 6t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} \text{ s}$$

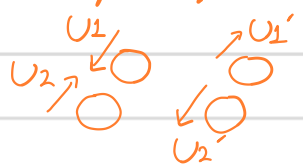
$$\sim N_1 = f_1 \cdot t = \frac{5}{4\pi} \cdot \frac{\pi}{3} \Rightarrow N_1 = \frac{5}{12} \text{ περιστροφές}$$

$$\sim f_2 = \frac{U_2}{2\pi R} = \frac{1}{4\pi} \text{ Hz} \sim N_2 = f_2 \cdot t = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{1}{12} \text{ περιστροφές}$$

Γ5) Τα δύο σώματα αποκτούν ταχύτητες ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς:

Σχήμα κρούσης



$$\text{Α.Δ.Ο.: } \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Rightarrow m_2 \cdot U_2 - m_1 U_1 = m_1 U_1' - m_2 U_2'$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 1 - 1 \cdot 5 = 1 \cdot U_1' - 2 \cdot U_2' \Rightarrow -3 = -U_2'$$

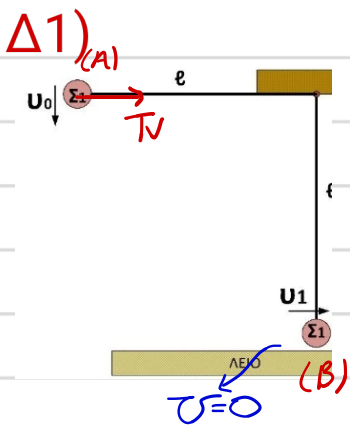
$$\Rightarrow U_2' = U_1' = 3 \text{ m/s}$$

$$\pi_1 = \frac{\Delta k_1}{k_1} \cdot 100\% = \frac{k_1' - k_1}{k_1} \cdot 100\% = \left(\frac{k_1'}{k_1} - 1 \right) \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \pi_1 = \left(\frac{\frac{1}{2} m_1 U_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 U_1^2} - 1 \right) \cdot 100\% \Rightarrow \pi_1 = \left(\frac{3^2}{5^2} - 1 \right) \cdot 100\% = -\frac{16}{25} \cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \pi_1 = -64\%$$

Θέμα Δ



Επειδή το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για την κίνηση του σώματος από τη θέση Α έως τη θέση Β:

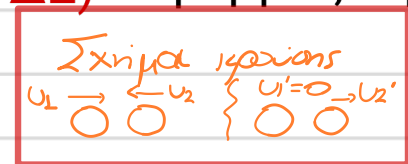
$$K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot u_0^2 + m_1 \cdot g \cdot l = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2$$

$$\Rightarrow 2^2 + 2 \cdot 10 \cdot l = 4^2 \Rightarrow 20 \cdot l = 16 - 4 \Rightarrow l = \frac{12}{20} = 0,6 \text{ m}$$

Στη θέση (Α):

$$\sum F_R = T_v \Rightarrow T_v = m_1 \cdot \frac{u_0^2}{l} = 2 \cdot \frac{2^2}{0,6} \Rightarrow T_v = \frac{40}{3} \text{ N}$$

Δ2) Εφαρμόζουμε ΑΔΟ κατά την κρούση των σωμάτων:

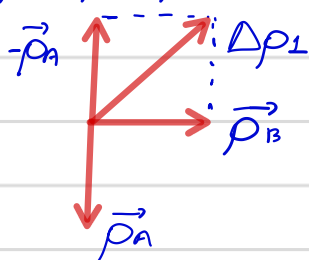


$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Rightarrow m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2 = 0 + m_2 \cdot u_2'$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 4 - 1 \cdot 3 = 1 \cdot u_2' \Rightarrow u_2' = 5 \text{ m/s}$$

Δ3) Τα δύο διανύσματα είναι κάθετα μεταξύ τους:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_B - \vec{p}_A \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_B + (-\vec{p}_A)$$



Μέτρο: $\Delta p_1 = \sqrt{p_A^2 + p_B^2} = \sqrt{(m_1 \cdot u_0)^2 + (m_1 \cdot u_1)^2}$

$$\Rightarrow \Delta p_1 = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80}$$

$$\Rightarrow \Delta p_1 = 4\sqrt{5} \text{ kg m/s}$$

$$\Delta 4) K_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 = 16 \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3^2 = 4,5 \text{ J}$$

$$K_2' = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = 12,5 \text{ J}$$

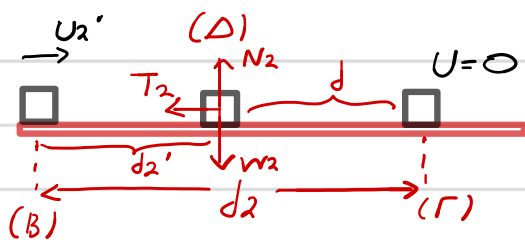
Μεταφέρθηκαν $\Delta K_2 = K_2' - K_2 = 8 \text{ J}$

$$\left. \begin{array}{l} K_1 \rightarrow \Delta K_2 \\ 100\% \rightarrow \pi; \end{array} \right\} \Rightarrow \pi = \frac{\Delta K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{8}{16} \cdot 100\% \Rightarrow \pi = 50\%$$

Δ5) Ελαστική = Οκρούσης = Κολύπησι - Κολύμεσι = $K_1 + K_2 - K_2'$

$$\Rightarrow Q_{\text{κρούσης}} = 16 + 4,5 - 12,5 = 20,5 - 12,5 \Rightarrow Q_{\text{κρούσης}} = 8 \text{ J}$$

Το σώμα Σ₂ κινείται σε τραχύ δάπεδο. Η απόσταση που διανύει μέχρι να σταματήσει:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = W_2 = m_2 \cdot g = 10 \text{ N}$$

$$T_2 = \mu \cdot N_2 = 0,2 \cdot 10 = 2 \text{ N}$$

Θ.Μ.Κ.Ε. (B → Γ): $K_{\text{ελα}} - K_{\text{αρχ}} = W_{W_2} + W_{N_2} + W_{T_2}$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2 = -T_2 \cdot d_2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = -2 \cdot d_2$$

$$\Rightarrow d_2 = 6,25 \text{ m}$$

$$Q_{\text{ΤΡΙΒΗΣ}} = |W_{T_2}| = |-T_2 \cdot d_2| = |-2 \cdot 6,25| \Rightarrow Q_{\text{ΤΡΙΒΗΣ}} = 12,5 \text{ J}$$

$$\Delta 6) \frac{dK_2}{dt} = \frac{W_{\Sigma F_2}}{dt} = \frac{\Sigma F_2 \cdot dx \cdot \cos \varphi}{dt} = \Sigma F_2 \cdot U \cdot \cos \varphi \Rightarrow \frac{dK_2}{dt} = -T_2 \cdot U$$

$$\Rightarrow -6 = -2 \cdot U \Rightarrow U = 3 \text{ m/s}$$

Το σώμα λοιπόν θα έχει ταχύτητα 3m/s σε μία θέση Δ και θα απέχει d από το σημείο Γ.

$$\text{Θ.Μ.Κ.Ε (A} \rightarrow \text{D)}: \frac{1}{2} m_2 \cdot U^2 - \frac{1}{2} m_2 \cdot U_0'^2 = -T_2 \cdot d_2' \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = -2 \cdot d_2$$

$$\Rightarrow 4,5 - 12,5 = -2 \cdot d_2 \Rightarrow d_2 = 4 \text{ m}$$

$$\text{Άρα: } d = d_2 - d_2' \Rightarrow d = 6,25 - 4 \Rightarrow d = 2,25 \text{ m}$$