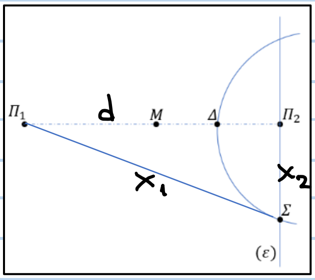
Λύσεις διαγωνίσματος Γ' λυκείου 22/4/2023 (επαν)

ΘΕΜΑ Α

Α1 - β Α2 - α Α3 - γ Α4 - γ Α5 ΣΣΣΛΛ

ΘΕΜΑ Β

Β1	Ι-α	ΙΙ-β



Ι) Μεταξύ Μ, Δ υπάρχουν 4 υπερβολές αποσβεστικής συμβολής ($N' = 0, 1, 2, 3$) οπότε θα υπάρχουν και 3 υπερβολές ενισχυτικής συμβολής ($N = 1, 2, 3$). Το σημείο Δ ανήκει στην υπερβολή ενίσχυσης $N = 4$.

Ισχύει $\Pi_1\Delta - \Pi_2\Delta = 4\lambda \Rightarrow \Pi_1 M + M\Delta - (\Pi_2 M - M\Delta) = 4\lambda$

$\Rightarrow 2M\Delta = 4\lambda \Rightarrow M\Delta = 2\lambda$

Το Δ είναι το μέσο του $M\Pi_2$ άρα $M\Pi_2 = 2M\Delta = 4\lambda$

οπότε $\Pi_1\Pi_2 = 2M\Pi_2 = 8\lambda = d$

Για τα σημεία ενίσχυσης πάνω στο $\Pi_1\Pi_2$ ισχύει

$$\left.\begin{aligned} r_1 - r_2 &= N\lambda \\ r_1 + r_2 &= d \end{aligned}\right\} \oplus \Rightarrow 2r_1 = N\lambda + d \Rightarrow r_1 = N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2}$$

Όμως $0 < r_1 < d \Rightarrow 0 < N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2} < d \Rightarrow -\frac{d}{2} < N\frac{\lambda}{2} < \frac{d}{2}$

$\Rightarrow -d < N\lambda < d \Rightarrow -8\lambda < N\lambda < 8\lambda \Rightarrow -8 < N < 8$

Για τα σημεία μετά το μέσο Μ: $N = 1, 2, 3, 4, \boxed{5, 6, 7}$

Το σημείο Δ ανήκει στην υπερβολή $N = 4$, άρα μετά το Δ υπάρχουν 3 σημεία ενίσχυσης. Οπότε υπάρχουν και 3 υπερβολές ενίσχυσης οι οποίες τέμνουν το $\Pi_2\Sigma$, άρα θα υπάρχουν και

$\boxed{\text{3 σημεία ενίσχυσης}}$ (α)

ΙΙ) Για το Σ: $x_1 - x_2 = N\lambda = 4\lambda$ (ανήκει στην υπερβολή ενίσχυσης $N=4$)

Επίσης $d^2 + x_2^2 = x_1^2$

$\Rightarrow \quad d^2 + x_2^2 = (x_2 + 4\lambda)^2$

$\Rightarrow \quad 64\lambda^2 + x_2^2 = x_2^2 + 16\lambda^2 + 8\lambda x_2$

$\Rightarrow \quad 8\lambda x_2 = 48\lambda^2 \Rightarrow \boxed{x_2 = 6\lambda}$ (β)

$\boxed{B2 | \gamma}$ Στην κάθοδο όταν τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια έχουν $\upsilon = 0$ τότε από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση ισχύει: $E_1 = \phi \Rightarrow hf_1 = \phi$

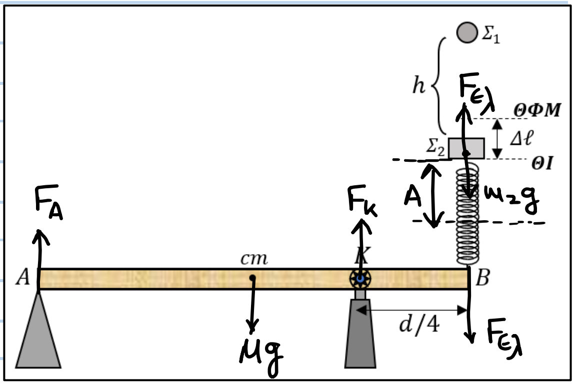
όμως $P_1 = \frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{c/f_1} = \frac{hf_1}{c} \Rightarrow P_1 c = hf_1$ οπότε $P_1 c = \phi$

Όταν $P_2 = P_1 + 50\% P_1 = 1{,}5\, P_1$ τότε $E_2 = K_{max} + \phi \Rightarrow hf_2 = eV_0 + \phi$

οπου $hf_2 = P_2 c = 1{,}5\, P_1 c$ αρα $1{,}5\, P_1 c = eV_0 + P_1 c$

$\Rightarrow \quad eV_0 = 0{,}5\, P_1 c \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{1}{2e} P_1 c}$ (γ)

$\boxed{B3 | \alpha}$ Η δοκός δέχεται το βάρος της $M\vec{g}$, τη δύναμη $\vec{F}_K$ από τον άξονα, τη δύναμη ελατηρίου $\vec{F}_{ελ}$ και τη δύναμη από το στήριγμα $\vec{F}_A$.



Μετά την κρούση το Σ_2 εκτελεί ααт και όταν βρεθεί στην κάτω ακραία θέση η δοκός δέχεται $F_{ελmax}$.

Για να μην ανατρέπεται η δοκός πρέπει $F_A \geq 0$.

$\Sigma\tau_K = 0 \Rightarrow \tau_{F_A} + \tau_{F_{ελ}} - \tau_{Mg} = 0$ οριακά $F_A = 0$, $\tau_{F_A} = 0$

$\Rightarrow \quad 0 + F_{ελmax}\frac{d}{4} - Mg\frac{d}{4} = 0 \Rightarrow F_{ελmax} = Mg$

$\Rightarrow \quad k\Delta\ell_{max} = 3mg \Rightarrow k(\Delta\ell + A) = 3mg$ (1)

Από ΘΙ Σ_2 : $\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_2 g \Rightarrow k\Delta\ell = mg$

(1) $\Rightarrow k\Delta\ell + kA = 3k\Delta\ell \Rightarrow kA = 2k\Delta\ell \Rightarrow \underline{A = 2\Delta\ell}$ μέγιστο επιτρεπτό πλάτος ααт.

Ελαστική κρούση : $\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 = \frac{2\,m/2}{\frac{3}{2}m}\upsilon_1$

$\Rightarrow \quad \upsilon_2' = \frac{2}{3}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{3}{2}\upsilon_2'$

Κρούση στη ΘΙ : $\upsilon_2' = \upsilon_{max} = \omega A$ $\quad D = k = m_2\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Άρα $\upsilon_1 = \frac{3}{2}\omega A = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}\, 2\Delta\ell \Rightarrow \underline{\upsilon_1 = 3\Delta\ell\sqrt{\frac{k}{m}}}$

ΘΜΚΕ για m_1 : $K_{1\tau\varepsilon\lambda} - K_{1\alpha\rho\chi} = W_{m_1g} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = m_1 g h$

$\Rightarrow h = \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}\, 9\Delta\ell^2 \frac{k}{m}$ $\quad$ από ΘΙ $k\Delta\ell = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta\ell}$

$\Rightarrow h = \frac{4{,}5}{g}\Delta\ell^2 \frac{g}{\Delta\ell} \Rightarrow \boxed{h = 4{,}5\,\Delta\ell}$ ⓐ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1 Δίνεται $y = 0{,}8\,\sigma\upsilon\nu(2{,}5\pi x)\cdot\eta\mu(2\pi t)$ SI / $y = 2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\,\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$

Ταυτοποίηση : $2A = 0{,}8m \Rightarrow A = 0{,}4m$

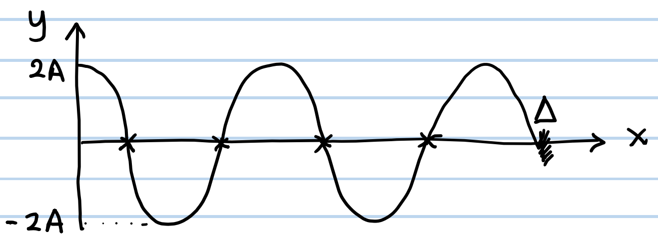
$\frac{2\pi}{\lambda} = 2{,}5\pi \Rightarrow \lambda = 0{,}8m$

$\frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1\,sec \rightarrow f = 1\,Hz \rightarrow \omega = 2\pi\, rad/s$

Ισχύει $\upsilon = \lambda f \Rightarrow \boxed{\upsilon = 0{,}8\, m/s}$, $\upsilon_{max} = \omega\cdot 2A \Rightarrow \boxed{\upsilon_{max} = 1{,}6\pi\, m/s}$

Γ2 $L = 1{,}8m$ $\quad x_\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = L \Rightarrow (2k+1)\cdot 0{,}2 = 1{,}8$

$\Rightarrow 2k+1 = 9 \Rightarrow k = 4 \rightarrow k = 0, 1, 2, 3, 4$ $\quad$ 5 δεσμοί



Στη χορδή υπάρχουν 5 δεσμοί και 5 κοιλίες.

Η κοιλία στο άκρο Ο $(k=0)$ και η πλησιέστερη κοιλία στο άκρο Δ $(k=4)$ έχουν $\Delta\phi = 0$ (αφού μεταξύ τους υπάρχουν 4 δεσμοί)

$k=0 \quad x=0 \quad y_0 = 8\,\sigma\upsilon\nu 0\,\eta\mu 2\pi t = 8\,\eta\mu 2\pi t \rightarrow \phi_0 = 2\pi t$ SI

$k=4 \quad x = k\frac{\lambda}{2} = 1{,}6m \rightarrow y = 8\,\sigma\upsilon\nu 4\pi\,\eta\mu 2\pi t = 8\,\eta\mu 2\pi t \quad \phi = 2\pi t$ SI

Άρα $\boxed{\Delta\phi = 0}$

Γ3) $t_1 = 0,5\ sec$ $\quad V = +1,6\pi\ m/s = +V_{max} = +\omega 2A$

$$V = \frac{dy}{dt} = \omega 2A\ συν\frac{2\pi x}{\lambda}\ συν\frac{2\pi t}{T}$$

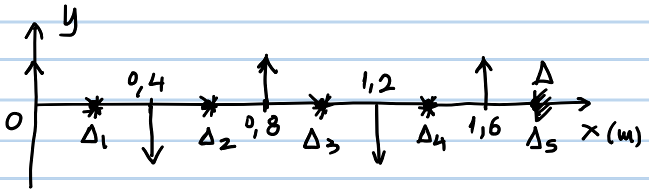
$$V = 1,6\pi\ συν(2,5\pi x)\cdot συν(2\pi t)\quad S.I.$$

$t = 0,5 sec$ $\quad +1,6\pi = 1,6\pi\ συν(2,5\pi x)\ \overset{-1}{συν\pi} \Rightarrow συν\,2,5\pi x = -1 = συν\pi$

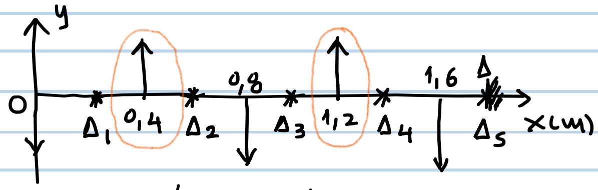
άρα $\quad 2,5\pi x = 2κ\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2κ+1}{2,5} \Rightarrow x = \frac{4κ+2}{5}$

όμως $\quad 0 \le x < L \Rightarrow 0 \le x < 1,8 m$

για $\quad κ=0$ $\boxed{x = 0,4 m}$, $κ=1$ $\boxed{x = 1,2 m}$ $\boxed{\text{δύο κοιλίες}}$



στιγμιότυπο στάσιμου την $t=0$



στιγμιότυπο στάσιμου την $t = \frac{T}{2} = 0,5\ sec.$

Γ4) Πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ: $A'_Σ = 0,8\,|συν\,2,5\pi x_Σ|$

$\Rightarrow A'_Σ = 0,8\left|συν\,2,5\pi\frac{2}{15}\right| = 0,8\left|συν\frac{\pi}{3}\right| = 0,8\,\frac{1}{2}\ m \Rightarrow A'_Σ = 0,4 m$

Την $t_2 = 1,5\ sec = 1,5T = T + T/2$ το σημείο Σ έχει

διανύσει $S = 4A'_Σ + 2A'_Σ = 6A'_Σ = 6\cdot 0,4\ m \Rightarrow \boxed{S = 2,4 m}$

Γ5) Για το μήκος L της χορδής ισχύει $x = L = (2κ+1)\frac{\lambda}{4}$

$\Rightarrow L = (2κ+1)\frac{υ}{4f} \Rightarrow f = (2κ+1)\frac{υ}{4L} = (2κ+1)\frac{0,8}{4\cdot 1,8}$

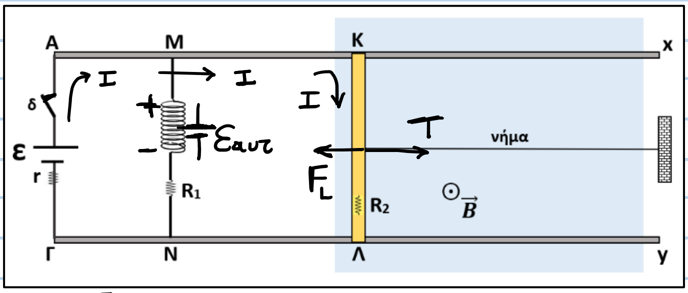
$\Rightarrow f = \frac{2κ+1}{9}\ (Hz)$

όμως $\quad f > 1 Hz \Rightarrow \frac{2κ+1}{9} > 1 \Rightarrow 2κ+1 > 9 \Rightarrow 2κ > 8$

$\Rightarrow κ > 4$ άρα για $κ = 5 \rightarrow \boxed{f = \frac{11}{9}\ Hz}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1 α) Μόλις κλείσει ο διακόπτης ο κλάδος ΜΝ που βρίσκεται το πηνίο δε διαρρέεται από ρεύμα λόγω της ΗΕΔ αυτεπαγωγής που εμφανίζει.

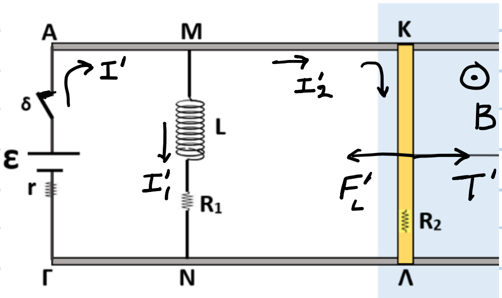


Από ρεύμα I διαρρέεται ο βρόχος ΑΚΛΓΑ.

Ισχύει $I=\dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}$ όπου $R_{ολ}=r+R_2=1,8\,\Omega$ οπότε $I=2A$.

Ο αγωγός ΚΛ επειδή βρίσκεται εντός του ΟΜΠ $\vec{B}$ δέχεται $\vec{F_L}$ μέτρου $F_L=BI\ell=2N$. με φορά αριστερά. Από την ισορροπία του προκύπτει $\Sigma F=0 \Rightarrow F_L=T \Rightarrow \boxed{T=2N}$

β) Όταν οι εντάσεις των ρευμάτων έχουν σταθερές τιμές $(\mathcal{E}_{αυτ}=0)$ ισχύουν:



$R_1 // R_2 \longrightarrow R_{12}=\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=0,3\,\Omega$

$R_{ολ}'=R_{12}+r=0,9\,\Omega$, $I'=\dfrac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}=4A$

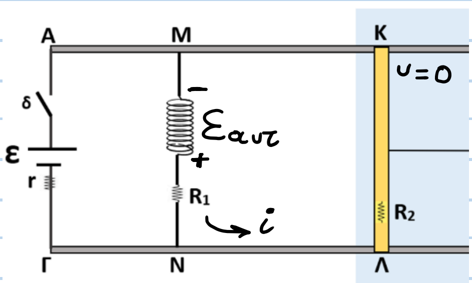
$V_{R_1}=V_{R_2} \Rightarrow I_1'R_1=I_2'R_2 \Rightarrow I_1'=3I_2'$, $I'=I_1'+I_2'=4I_2' \Rightarrow I_2'=\dfrac{I'}{4}=1A$

και $I_1'=3A$

Ισορροπία αγωγού: $\Sigma F' \Rightarrow F_L'=T' \Rightarrow BI_2'\ell=T' \Rightarrow \boxed{T'=1N}$

Δ2 α) Όταν $P_{R_2}=4,8W \Rightarrow i^2R_2=48W \Rightarrow i^2\cdot 1,2=48 \Rightarrow i^2=4 \Rightarrow \underline{i=2A}$

Ισχύει $i=\dfrac{|\mathcal{E}_{αυτ}|}{R_{ολ}''}$ όπου $R_{ολ}''=R_1+R_2=1,6\,\Omega$



$\Rightarrow |\mathcal{E}_{αυτ}|=iR_{ολ}'' \Rightarrow L\dfrac{|di|}{dt}=iR_{ολ}''$

$\Rightarrow \dfrac{|di|}{dt}=\dfrac{iR_{ολ}''}{L}=\dfrac{2\cdot 1,6}{0,8}\,A/s=4\,A/s$

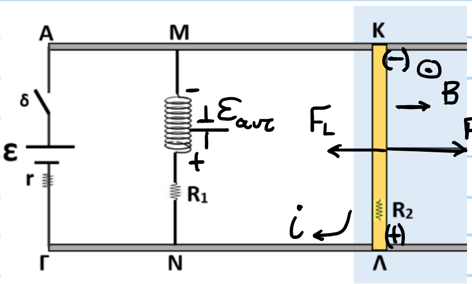
όμως $\boxed{\dfrac{di}{dt}=-4\,A/s}$ $\dfrac{di}{dt}<0$ καθώς η ένταση του ρεύματος μειώνεται

Επίσης $\frac{dU_B}{dt} = -|P_L| = -|\mathcal{E}_{αυτ}|\, i = -i^2 R''_{ολ} = -4 \cdot 1,6\ J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dU_B}{dt} = -6,4\frac{J}{s}}$

β) Η αποθηκευμένη ενέργεια στο πηνίο μετατρέπεται σε θερμότητα στις αντιστάσεις της διάταξης: $Q_{R''_{ολ}} = U_{B_{max}} = \frac{1}{2}LI_1'^2 \Rightarrow \boxed{Q_{R''_{ολ}} = 3,6\ J}$

Δ3) Ο αγωγός εμφανίζει $\mathcal{E}_{επ} = B\upsilon\ell$

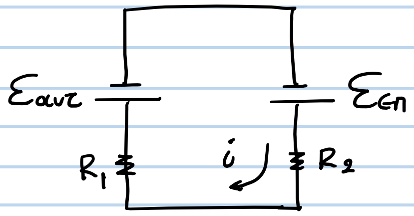
ενώ το πηνίο εμφανίζει $|\mathcal{E}_{αυτ}| = L\frac{di}{dt}$



Δίνεται $i = 0,5t + 1$ άρα $\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,5\ A/s$

Άρα $|\mathcal{E}_{αυτ}| = L\frac{di}{dt} = 0,4$ Volt

Ισχύει $i = \frac{\mathcal{E}_{επ} - |\mathcal{E}_{αυτ}|}{R''_{ολ}} \Rightarrow \mathcal{E}_{επ} - |\mathcal{E}_{αυτ}| = i R''_{ολ}$



$\Rightarrow B\upsilon\ell = i R''_{ολ} + |\mathcal{E}_{αυτ}|$

$\Rightarrow \upsilon = (0,5t+1)\,1,6 + 0,4 \Rightarrow \underline{\upsilon = 0,8t + 2}$ SI $\rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 0,8\ m/s^2}$

Δ4) Ισχύει $P_F = \frac{dW_F}{dt} = \frac{F\,dx}{dt} = F \cdot \upsilon$

$t = 1 sec \rightarrow \upsilon = (0,8 \cdot 1 + 2)\ m/s \Rightarrow \upsilon = 2,8\ m/s.$

$i = (0,5 + 1)\ A \Rightarrow i = 1,5 A \rightarrow F_L = Bi\ell = 1,5 N$

$2^{ος}$ N. Newton: $\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow F - F_L = m\alpha \Rightarrow F - 1,5 = 1,25 \cdot 0,8$

$\Rightarrow F = 2,5 N$

$\frac{dW_F}{dt} = P_F = F \cdot \upsilon = 2,5 \cdot 2,8\ J/s \Rightarrow \boxed{\frac{dW_F}{dt} = P_F = 7\ J/s}$