

ΘΕΜΑ Α

A1-α A2-δ A3-α A4-β A5 Σ Λ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

B1-γ Από διαγράμμα $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{4\pi - 0}{3 - 1} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ sec}$$

Το κύμα φτάνει στο σημείο Β τη χρονική στιγμή t_B , ισχύει:

$$x_B = v t_B \Rightarrow v = \frac{x_B}{t_B} = \frac{0,5 \text{ m}}{1} \Rightarrow v = 0,5 \text{ m/s}$$

$$\text{και } v = \lambda/T \Rightarrow \lambda = vT = 0,5 \cdot 1 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m.}$$

Εξίσωση κύματος: $y = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{1} - \frac{2\pi x}{0,5}\right)$

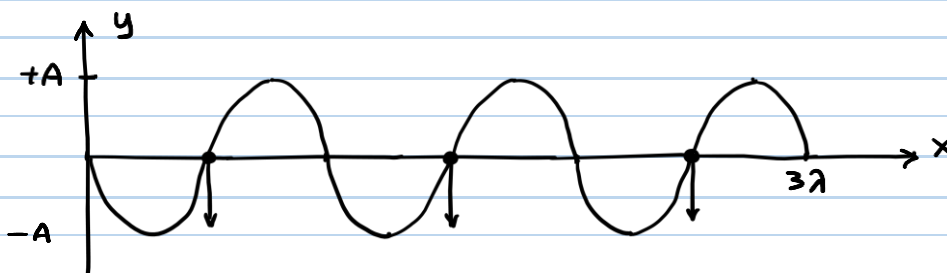
$$\Rightarrow y = A \sin(2\pi t - 4\pi x) \quad x \rightarrow \text{m}, t \rightarrow \text{s}$$

Το σχηματικό του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ sec}$ είναι:

$$y = A \sin(2\pi \cdot 3 - 4\pi x) \Rightarrow \underline{y = A \sin(6\pi - 4\pi x)} \quad x \rightarrow \text{m}$$

Το κύμα έχει φτάσει στο σημείο $x_{\text{τελ}} = v \cdot t = 0,5 \cdot 3 \text{ m} \Rightarrow x_{\text{τελ}} = 1,5 \text{ m}$

Ισχύει $\frac{x_{\text{τελ}}}{\lambda} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \Rightarrow x_{\text{τελ}} = 3\lambda$



Άρα τα σημεία που έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια και κινούνται προς τα κάτω θα έχουν απομάκρυνση $y=0$ και αρνητική ταχύτητα ($v < 0$). Από το παραπάνω σχηματικό τα σημεία αυτά είναι τρία. (γ)

ή λύση τριγωνομετρικής

$$y=0 \Rightarrow A \sin(6\pi - 4\pi x) = 0 \Rightarrow \sin(6\pi - 4\pi x) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6\pi - 4\pi x = 2k\pi, v > 0 \quad (1) \\ 6\pi - 4\pi x = 2k\pi + \pi, v < 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

επειδή $V < 0$ από (2) $\Rightarrow 4\pi x = 5\eta - 2k\eta \Rightarrow x = \frac{5-2k}{4}$

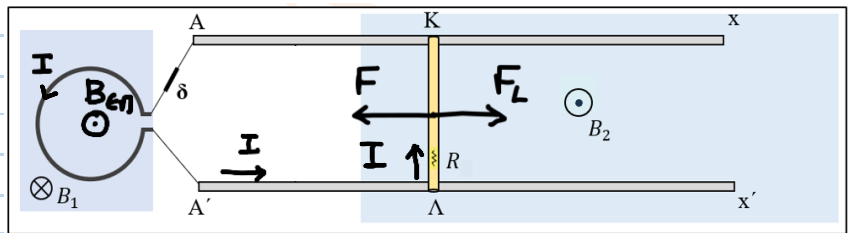
όμως $0 < x < 3\lambda \Rightarrow 0 < x < 1,5\omega \Rightarrow 0 < \frac{5-2k}{4} < 1,5$

$\Rightarrow 0 < 5-2k < 6 \Rightarrow -5 < -2k < 1 \Rightarrow -0,5 < k < 2,5$

Άρα $k = 0, 1, 2 \rightarrow$ τρία σημεία (θέσεις $x = \frac{5}{4}\omega, x = \frac{3}{4}\omega, x = \frac{1}{4}\omega$) (8)

B2 I-β

λόγω της αύξησης του μέτρου της έντασης \vec{B}_1



μεταβάλλεται - αυξάνεται η μαγνητική ροή μέσα από τον κυκλικό αγωγό, οπότε εμφανίζεται ΗΕΔ Εεη της οποίας η πολικότητα λειτουργεί επαγωγικό ρεύμα I φοράς αντίθετης από αυτή των δεικτών του ρολογιού ώστε να αντιστέκεται στο αίτιο. Ο αγωγός ΚΛ διαφρέεται από το επαγωγικό ρεύμα και επειδή βρίσκεται εντός του ΟΜΠ \vec{B}_2 δέχεται δύναμη Laplace με φορά δεξιά.

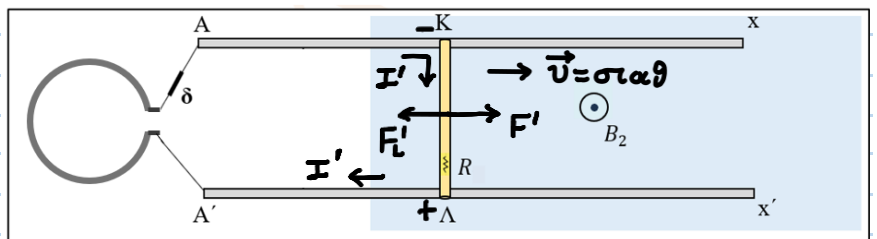
Επειδή ο αγωγός ΚΛ παραμένει ακίνητος $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_L = 0 \Rightarrow \vec{F} = -\vec{F}_L$ άρα δέχεται \vec{F} αριστερά.

κατά μέτρο $F = F_L = B I l = B \frac{\mathcal{E}_{εη}}{R_{ολ}} l = \frac{B l}{2R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B l}{2R} \frac{\Delta(BS)}{\Delta t}$

$\Rightarrow F = \frac{B l}{2R} S \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B l S}{2R} \lambda \Rightarrow \boxed{F = \lambda \frac{B l S}{2R}}$ με φορά αριστερά (8)

II) Ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα εντός του ΟΜΠ \vec{B}_2 και εμφανίζει σταθερή ΗΕΔ



$\mathcal{E}'_{εη} = B v l$. Διαρρέεται από σταθερό επαγωγικό ρεύμα $I = \frac{\mathcal{E}'_{εη}}{R_{ολ}} = \frac{B v l}{R_{ολ}}$

Σε χρονικό διάστημα Δt παράγεται θερμότητα

$Q_{R_{ολ}} = I^2 R_{ολ} \Delta t = \frac{B^2 v^2 l^2}{R_{ολ}} R_{ολ} \Delta t \Rightarrow Q_{R_{ολ}} = \frac{B^2 v^2 l^2}{R_{ολ}} \cdot \Delta t$ (1)

Για να έχει ο αγωγός σταθερή ταχύτητα πρέπει: $\Sigma \vec{F}' = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}' + \vec{F}_L' = \vec{0}$

$$\text{κατά μέτρο } F' = F_L' = BIl = B \frac{Bv\ell}{R_0} \ell = \frac{B^2 v \ell^2}{R_0}$$

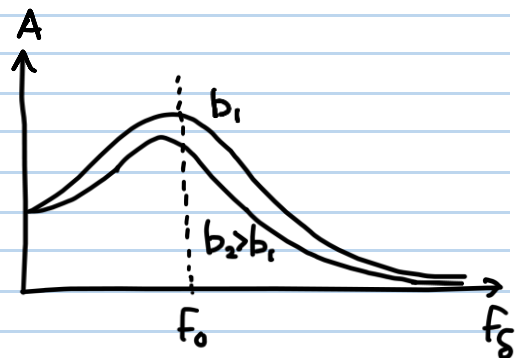
Στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt το έργο της δύναμης \vec{F}' είναι: $W_{F'} = F' \cdot \Delta x = \frac{B^2 v \ell^2}{R_0} \cdot v \cdot \Delta t \Rightarrow W_{F'} = \frac{B^2 v^2 \ell^2}{R_0} \cdot \Delta t$ (2)

Διαπιστώνεται από (1), (2) ότι $W_{F'} = Q R_0$ δηλαδή η ενέργεια που προσφέρεται μέσω του έργου της \vec{F}' μετατρέπεται σε θερμότητα στις αντιστάσεις της διάταξης (Αρχή Διατήρησης Ενέργειας).

B3 | I-γ | II-α

I) Το πλάτος της εξαναγκαστικής ταλάντωσης εξαρτάται από τη σταθερά αποσβέσης ($\omega = \text{σταθ}$).

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα όταν αυξάνεται η σταθερά αποσβέσης το πλάτος μειώνεται (γ)



(Για κάθε $f_g = \text{σταθ} \rightarrow \omega_g = \text{σταθ}$ το πλάτος για τη μεγαλύτερη σταθερά αποσβέσης είναι μικρότερο)

II) Αρχικά $\omega = \omega_g = \frac{5}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Για $k' = \frac{k}{4}$ $\omega' = \omega_g' = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

$$\pi = \frac{\Delta \omega}{\omega} 100\% = \frac{\omega' - \omega}{\omega} 100\% = \left(\frac{\omega'}{\omega} - 1 \right) 100\% = \left[\frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}}{\frac{5}{4} \sqrt{\frac{k}{m}}} - 1 \right] 100\%$$

$$\pi = \left(\frac{4}{10} - 1 \right) 100\% \Rightarrow \boxed{\pi = -60\%} \text{ (α)}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Για το σημείο Γ ισχύει: $y_{\Gamma} = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_{\Gamma}}{\lambda}\right)$

Δίνεται $y_{\Gamma} = 0,1 \sin(5\pi t - 4\pi)$ SI

Άρα $A = 0,1 \text{ m}$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow T = 0,4 \text{ sec}$, $f = \frac{1}{T} = 2,5 \text{ Hz}$

$$\frac{2\pi x_{\Gamma}}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi \cdot 0,4}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \lambda = 0,2 \text{ m.}$$

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,2}{0,4} \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 0,5 \text{ m/s}}$$

Γ2) Ισχύει $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t = 0,5 \cdot 0,6 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 0,3 \text{ m}$

$$\Delta\phi = \phi_{\Gamma} - \phi_{\Delta} = \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_{\Gamma}}{\lambda} - \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x_{\Delta}}{\lambda}\right) = \frac{2\pi}{\lambda} (x_{\Delta} - x_{\Gamma})$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{0,2} \cdot 0,3 \text{ rad} \Rightarrow \boxed{\Delta\phi = 3\pi \text{ rad}}$$

Γ3] Το κύμα φτάνει στο σημείο Γ τη χρονική στιγμή t' .

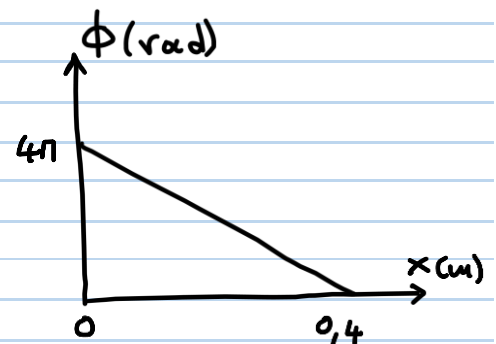
Ισχύει $v = \frac{x_{\Gamma}}{t'} \Rightarrow t' = \frac{x_{\Gamma}}{v} = \frac{0,4}{0,5} \text{ sec} \Rightarrow t' = 0,8 \text{ sec}$

Φάση κύματος: $\phi = \frac{2\pi t'}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}$

$$\phi = 4\pi - 10\pi x \text{ SI}$$

για $x = 0$ $\phi = 4\pi \text{ rad}$

για $\phi = 0$ $10\pi x = 4\pi \Rightarrow x = 0,4 \text{ m} = x_{\Gamma}$



Γ4) Ισχύει: $\Delta x = x_{\Delta} - x_{\Gamma} \Rightarrow 0,3 \text{ m} = x_{\Delta} - 0,4 \text{ m} \Rightarrow x_{\Delta} = 0,7 \text{ m}$

$$a_{\Delta} = -a_{\text{max}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_{\Delta}}{\lambda}\right)$$

όπου $a_{\text{max}} = \omega^2 A = 2,5\pi^2 \text{ m/s}^2$

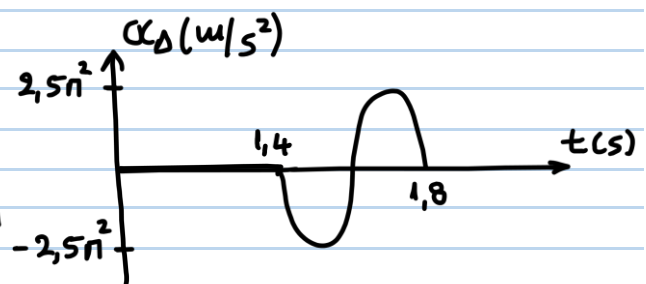
$$a_{\Delta} = -2,5\pi^2 \sin\left(5\pi t - \frac{2\pi \cdot 0,7}{0,2}\right)$$

$$\boxed{a_{\Delta} = -2,5\pi^2 \sin(5\pi t - 7\pi) \text{ SI}}$$

για $t \geq 1,4 \text{ sec}$

Το κύμα φτάνει στο σημείο

Δ τη στιγμή $t_{\Delta} = \frac{x_{\Delta}}{v} = 1,4 \text{ sec}$



Γ5) Όταν το σιρτιό Γ βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης ισχύει $y_{\Gamma} = -A$.

1^η φορά $y_{\Gamma} = -A$ τη χρονική στιγμή $t_1 = t' + \frac{3T}{4}$
 $\Rightarrow t_1 = 0,8 \text{ sec} + 0,3 \text{ sec} \Rightarrow t_1 = 1,1 \text{ sec}$

2^η φορά $y_{\Gamma} = -A$ τη χρονική στιγμή $t_2 = t' + T + \frac{3T}{4}$
 $\Rightarrow t_2 = 0,8 \text{ sec} + 0,4 \text{ sec} + 0,3 \text{ sec} \Rightarrow t_2 = 1,5 \text{ sec}$

Το κύμα φτάνει στο σιρτιό Δ τη χρονική στιγμή $t'' = 1,4 \text{ sec}$.

Οπότε τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,1 \text{ sec} < t'' = 1,4 \text{ sec}$ το κύμα δεν έχει φτάσει ακόμα στο σιρτιό Δ οπότε $y_{\Delta}(t_1) = 0$

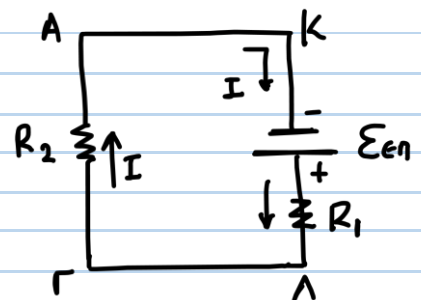
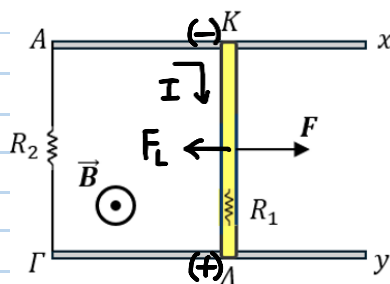
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,5 \text{ sec} > t'' = 1,4 \text{ sec}$ το κύμα έχει φτάσει στο σιρτιό Δ οπότε θα έχει απομάκρυνση:

$$y_{\Delta}(t_2) = A \sin\left(\frac{2\pi t_2}{T} - \frac{2\pi x_{\Delta}}{\lambda}\right) = 0,1 \sin(5\pi \cdot 1,5 - 10\pi \cdot 0,7)$$

$$y_{\Delta}(t_2) = 0,1 \sin(7,5\pi - 7\pi) = 0,1 \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow y_{\Delta}(t_2) = +0,1 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Ο αγωγός ΚΛ λόγω της \vec{F} κινείται προς τα δεξιά εντός του ΟΜΠ, εμφανίζεται ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{η}}$,



διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα οπότε δέχεται δύναμη Lorentz.

Ο αγωγός αρχικά επιταχύνεται. Η ταχύτητα, η ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{η}} = Bvl$,

το επαγωγικό ρεύμα $I = \frac{\mathcal{E}_{\text{η}}}{R_{\text{ολ}}}$ και η δύναμη Lorentz $F_L = BIl$

αυξάνονται. Η συνισταμένη δύναμη $\Sigma F = F - F_L$ μειώνεται

μέχρι να μηδενιστεί ($\Sigma F = 0$) οπότε ο αγωγός αποκτά οριστική ταχύτητα.

Έχουμε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_L \Rightarrow F = BIl \Rightarrow F = B \frac{\mathcal{E}l}{R_0} l$
 $\Rightarrow F = B \frac{Bv_{op}l}{R_0} l \Rightarrow v_{op} = \frac{F \cdot R_0}{B^2 l^2} \Rightarrow v_{op} = 8 \text{ m/s}$

$\Delta 2)$ Όταν $v = \frac{v_{op}}{2} = 4 \text{ m/s} \rightarrow \mathcal{E}l = Bv_{op}l = 4V$

και $I = \frac{\mathcal{E}l}{R_0} = \frac{\mathcal{E}l}{R_1 + R_2} = \frac{4}{2} \text{ A} \Rightarrow I = 2 \text{ A}$.

α) Ισχύει ότι: $V_{κλ} = -IR_2 = -2 \cdot 0,8 \text{ V} \Rightarrow V_{κλ} = -1,6 \text{ V}$

ή $V_{κλ} = -\mathcal{E}l + IR_1 = -4 \text{ V} + 2 \cdot 1,2 \text{ V} = -1,6 \text{ V}$.

β) $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\mathcal{E}F}}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = \Sigma F \cdot v = (F - F_L) v = (4 - 2) \cdot 4 \text{ J/s} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = +8 \text{ J/s}$

$\Delta 3)$ Στο χρονικό διάστημα $\Delta t_{1,2} = t_2 - t_1$ ο αγωγός εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με $v = v_{op} = 8 \text{ m/s} = \text{σταθερή}$.

Ισχύει $v = \frac{\Delta x}{\Delta t_{1,2}} \Rightarrow \Delta t_{1,2} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{8}{8} \text{ sec} \Rightarrow \Delta t_{1,2} = 1 \text{ sec}$.

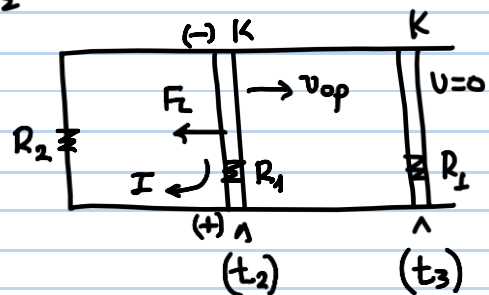
Η θερμότητα που παράγεται στο χρονικό διάστημα $\Delta t_{1,2}$ είναι: $Q_1 = I^2 R_0 \Delta t_{1,2} = 4^2 \cdot 2 \cdot 1 \text{ J} \Rightarrow Q_1 = 32 \text{ J}$

όπου $I = \frac{\mathcal{E}l}{R_0} = \frac{Bv_{op}l}{R_1 + R_2} = 4 \text{ A}$

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t_{2,3} = t_3 - t_2$

ο αγωγός δέχεται μόνο τη δύναμη

Λαρβασε και επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει.



Η κινητική ενέργεια που έχει ο αγωγός

τι χρονικό σημείο t_2 , μετατρέπεται όλη σε θερμότητα στις αντιστάσεις της διατάξης (Αρχή Διατήρησης Ενέργειας).

Ισχύει $Q_2 = K(t_2) = \frac{1}{2} m v_{op}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8^2 \text{ J} \Rightarrow Q_2 = 32 \text{ J}$

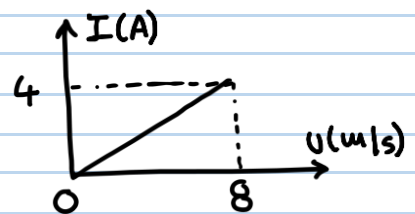
Άρα η θερμότητα που παράγεται στο χρονικό διάστημα $\Delta t_{1,3} = t_3 - t_1$

είναι: $Q = Q_1 + Q_2 = 32 \text{ J} + 32 \text{ J} \Rightarrow Q = 64 \text{ J}$

Δ4) α) Για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος ισχύει:

$$I = \frac{\mathcal{E}\ell}{R_{\text{ολ}}} = \frac{Bv\ell}{R_1 + R_2} \Rightarrow \boxed{I = 0,5 \cdot v} \text{ SI}$$

$$\mu\epsilon \ 0 \leq v \leq v_{\text{ορ}} \\ 0 \leq v \leq 8 \text{ m/s}$$



β) Για τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ηλεκτρικού

$$\text{ισχύει: } I = \frac{Bv\ell}{R_{\text{ολ}}} \rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{B\ell}{R_{\text{ολ}}} \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{B\ell}{R_{\text{ολ}}} \cdot \alpha$$

Για την επιτάχυνση από τον 2^ο Νόμο Newton έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F - F_L = m\alpha \Rightarrow F - BIL = m\alpha$$

$$\Rightarrow F - B \frac{Bv\ell}{R_{\text{ολ}}} \ell = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F}{m} - \frac{B^2\ell^2}{R_{\text{ολ}}} \cdot v$$

$$\Rightarrow \alpha = 4 - \frac{v}{2} \text{ SI}$$

$$\text{Άρα } \frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} \left(4 - \frac{v}{2} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{dI}{dt} = 2 - \frac{v}{4}} \text{ SI } \mu\epsilon \ 0 \leq v \leq 8 \text{ m/s}$$

$$\text{όταν } v = 0 \rightarrow \frac{dI}{dt} = 2 \text{ A/s}$$

$$\text{όταν } v = 8 \text{ m/s} \rightarrow \frac{dI}{dt} = 0$$

