## ΘΕΜΑ 1ο

A) α) Λ , β) Λ , γ) Λ , δ) Σ , ε) Λ

B) α) i) $\varepsilon \parallel \zeta \Leftrightarrow \lambda_\varepsilon = \lambda_\zeta \Leftrightarrow \lambda_\varepsilon = \frac{3}{4}$ και $A(1,-3) \in (\varepsilon)$

$$\varepsilon: y - y_0 = \lambda_\varepsilon (x - x_0) \Leftrightarrow y + 3 = \frac{3}{4}(x-1) \Leftrightarrow$$

$$y + 3 = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} - 3 \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}}$$

ii) $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-1}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$ και $B(1,1) \in (\varepsilon)$

$$\varepsilon: y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow y - 1 = 3(x-1) \Leftrightarrow \boxed{y = 3x - 2}$$

iii) $\varepsilon \perp \eta \Leftrightarrow \varepsilon: x = x_0$ και $\Delta(-3,6) \in (\varepsilon)$

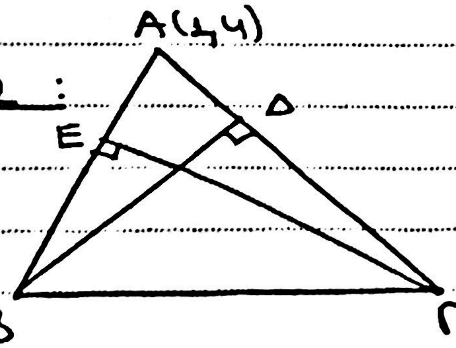
οπότε $\boxed{\varepsilon: x = -3}$

β) $(\varepsilon): y = 3x - 9 \Leftrightarrow 3x - y - 9 = 0$ , $A(1,4)$

$$d(A,\varepsilon) = \frac{|3\cdot 1 - 4 - 9|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{\cancel{10}\sqrt{10}}{\cancel{10}} = \sqrt{10}$$

## ΘΕΜΑ 2:

A)




$B\Delta: x - 2y + 3 = 0$ , $\boxed{\lambda_{B\Delta} = \frac{1}{2}}$

$\Gamma E: x + y - 2 = 0$ , $\boxed{\lambda_{\Gamma E} = -1}$

i) $AB \perp E\Gamma \Leftrightarrow \lambda_{AB} \cdot \lambda_{\Gamma E} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{AB} \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow \boxed{\lambda_{AB} = 1}$

$A\Gamma \perp B\Delta \Leftrightarrow \lambda_{A\Gamma} \cdot \lambda_{B\Delta} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{A\Gamma} \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow \boxed{\lambda_{A\Gamma} = -2}$

ii) $A(1,4) \in AB$ και $\lambda_{AB} = 1$. Οπότε:

$$AB: y - y_0 = \lambda_{AB}(x - x_0) \Leftrightarrow y - 4 = 1\cdot(x-1) \Leftrightarrow$$

$$y - 4 = x - 1 \Leftrightarrow \boxed{y = x + 3 : AB}$$

## ΘΕΜΑ 1ο

A) α) Λ, β) Λ, γ) Λ, δ) Σ, ε) Λ

B) α) i) $\varepsilon \parallel \zeta \Leftrightarrow \lambda_\varepsilon = \lambda_\zeta \Leftrightarrow \lambda_\varepsilon = \frac{3}{4}$ και $A(1,-3) \in (\varepsilon)$

$\varepsilon: y - y_0 = \lambda_\varepsilon (x - x_0) \Leftrightarrow y + 3 = \frac{3}{4}(x-1) \Leftrightarrow$

$y + 3 = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} - 3 \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}}$

ii) $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-1}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$ και $B(1,1) \in (\varepsilon)$

$\varepsilon: y - y_0 = \lambda (x - x_0) \Leftrightarrow y - 1 = 3(x-1) \Leftrightarrow \boxed{y = 3x - 2}$

iii) $\varepsilon \perp \eta \Leftrightarrow \varepsilon: x = x_0$ και $\Delta(-3,6) \in (\varepsilon)$

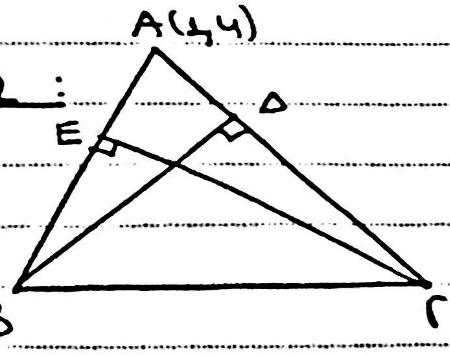
οπότε $\boxed{\varepsilon: x = -3}$

β) $(\varepsilon): y = 3x - 9 \Leftrightarrow 3x - y - 9 = 0$, $A(1,4)$

$$d(A,\varepsilon) = \frac{|3\cdot 1 - 4 - 9|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{\cancel{10}\sqrt{10}}{\cancel{10}} = \sqrt{10}$$

## ΘΕΜΑ 2:

A)




$B\Delta: x - 2y + 3 = 0$, $\boxed{\lambda_{B\Delta} = \frac{1}{2}}$

$\Gamma E: x + y - 2 = 0$, $\boxed{\lambda_{\Gamma E} = -1}$

i) $AB \perp E\Gamma \Leftrightarrow \lambda_{AB} \cdot \lambda_{\Gamma E} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{AB} \cdot (-1) = -1 \Leftrightarrow \boxed{\lambda_{AB} = 1}$

$A\Gamma \perp B\Delta \Leftrightarrow \lambda_{A\Gamma} \cdot \lambda_{B\Delta} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{A\Gamma} \cdot \frac{1}{2} = -1 \Leftrightarrow \boxed{\lambda_{A\Gamma} = -2}$

ii) $A(1,4) \in AB$ και $\lambda_{AB} = 1$. Οπότε:

$AB: y - y_0 = \lambda_{AB}(x - x_0) \Leftrightarrow y - 4 = 1\cdot(x-1) \Leftrightarrow$

$y - 4 = x - 1 \Leftrightarrow \boxed{y = x + 3 : AB}$

$A(1,4) \in A\Gamma$ και $\lambda_{A\Gamma}=-2$. Οπότε:

$A\Gamma: y-y_0=\lambda_{A\Gamma}(x-x_0) \Leftrightarrow y-4=-2(x-1) \Leftrightarrow$

$y-4=-2x+2 \Leftrightarrow \boxed{y=-2x+6 : A\Gamma}$

iii) B: κοινό σημείο των ΑΒ και ΒΔ.

$$\begin{cases} y=x+3 \\ x-2y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+y=3 \\ x-2y=-3 \end{cases}$$

$(+)\quad -y=0 \Leftrightarrow \boxed{y=0}$

$-x+y=3 \Leftrightarrow -x+0=3 \Leftrightarrow \boxed{x=-3}$ Άρα $\boxed{B(-3,0)}$

Γ: κοινό σημείο των ΑΓ και ΓΕ.

$$\begin{cases} y=-2x+6 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=6 \\ x+y=2 \end{cases} \Big| \cdot(-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=6 \\ -x-y=-2 \end{cases}$$

$(+)\quad \boxed{x=4}$

$x+y=2 \Leftrightarrow 4+y=2 \Leftrightarrow \boxed{y=-2}$

Οπότε: $\Gamma(4,-2)$

B) $(2\lambda-1)x+(18-11\lambda)y+9\lambda-17=0,\ \lambda\in\mathbb{R}$ (1)

i) $A=2\lambda-1$, οπότε $A=0 \Leftrightarrow 2\lambda-1=0 \Leftrightarrow \lambda=1/2$

$B=18-11\lambda$, οπότε $B=0 \Leftrightarrow 18-11\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=\frac{18}{11}$

Τα A και B δεν μηδενίζονται ταυτόχρονα για καμία τιμή της παραμέτρου $\lambda\in\mathbb{R}$, οπότε η (1) παριστά ευθεία για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$

ii) Για $\lambda=1$: $\varepsilon_1: x+7y-8=0$, $\vec{\delta_1}=(7,-1)\parallel\varepsilon_1$

Για $\lambda=2$: $\varepsilon_2: 3x-4y+1=0$, $\vec{\delta_2}=(-4,-3)\parallel\varepsilon_2$

α) $\sigma\upsilon\nu(\widehat{\varepsilon_1,\varepsilon_2})=\sigma\upsilon\nu(\vec{\delta_1},\vec{\delta_2})=\dfrac{\vec{\delta_1}\cdot\vec{\delta_2}}{|\vec{\delta_1}|\cdot|\vec{\delta_2}|}$ (2)

$A(1,4) \in A\Gamma$ και $\lambda_{A\Gamma} = -2$. Οπότε:

$A\Gamma$: $y - y_0 = \lambda_{A\Gamma}(x - x_0) \Leftrightarrow y - 4 = -2(x-1) \Leftrightarrow$

$y - 4 = -2x + 2 \Leftrightarrow \boxed{y = -2x + 6 : A\Gamma}$

iii) B: κοινό σημείο των AB και BΔ.

$$\begin{cases} y = x+3 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 3 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

$(+)\quad -y = 0 \Leftrightarrow \boxed{y = 0}$

$-x + y = 3 \Leftrightarrow -x + 0 = 3 \Leftrightarrow \boxed{x = -3}$ Άρα $\boxed{B(-3,0)}$

Γ: κοινό σημείο των ΑΓ και ΓΕ.

$$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + y = 2 \;\; |\cdot(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 6 \\ -x - y = -2 \end{cases}$$

$(+)\quad \boxed{x = 4}$

$x + y = 2 \Leftrightarrow 4 + y = 2 \Leftrightarrow \boxed{y = -2}$

Οπότε: $\Gamma(4,-2)$

B) $(2\lambda - 1)x + (18 - 11\lambda)y + 9\lambda - 17 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

i) $A = 2\lambda - 1$, οπότε $A = 0 \Leftrightarrow 2\lambda - 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1/2$

$B = 18 - 11\lambda$, οπότε $B = 0 \Leftrightarrow 18 - 11\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{18}{11}$

Τα A και B δεν μηδενίζονται ταυτόχρονα για καμία τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, οπότε η (1) παριστά ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

ii) Για $\lambda = 1$: $\varepsilon_1: x + 7y - 8 = 0$, $\vec{\delta_1} = (7,-1) \parallel \varepsilon_1$

Για $\lambda = 2$: $\varepsilon_2: 3x - 4y + 1 = 0$, $\vec{\delta_2} = (-4,-3) \parallel \varepsilon_2$

α) $\sigma\upsilon\nu(\widehat{\varepsilon_1,\varepsilon_2}) = \sigma\upsilon\nu(\vec{\delta_1},\vec{\delta_2}) = \dfrac{\vec{\delta_1}\cdot\vec{\delta_2}}{|\vec{\delta_1}|\cdot|\vec{\delta_2}|}$ (2)

- $\vec{\delta_1}\cdot\vec{\delta_2} = (7,-1)\cdot(-4,-3) = -28+3 = -25$
- $|\vec{\delta_1}| = \sqrt{7^2+(-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
- $|\vec{\delta_2}| = \sqrt{(-4)^2+(-3)^2} = \sqrt{25} = 5$

Απο (2) $\rightarrow$ $συν(\widehat{ε_1, ε_2}) = \dfrac{-25}{5\sqrt{2}\cdot 5} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

αν ω: είναι η οξεία γωνία τοτε: $συνω = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \boxed{ω = 45^\circ}$

β) Κ: σημείο τομής $ε_1, ε_2$.

$$\begin{cases} x+7y-8=0 \\ 3x-4y+1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+7y=8 \\ 3x-4y=-1 \end{cases} \Bigg| \cdot(-3) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -3x-21y=-24 \\ 3x-4y=-1 \end{cases}$$

$(+)\quad -25y = -25 \Leftrightarrow \boxed{y=1}$

$x+7y-8=0 \Leftrightarrow x+7-8=0 \Leftrightarrow \boxed{x=1}$. Αρα $\boxed{K(1,1)}$

Εστω $M(x,0)$ σημείο του $x'x$ τοτε:

$\vec{OM} = (x,0)$

$\vec{OK} = (1,1)$

$(OMK) = 6 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}|det(\vec{OM},\vec{OK})| = 6 \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\right| = 6 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}|x| = 6 \Leftrightarrow |x| = 12 \Leftrightarrow \boxed{x=12 \text{ ή } x=-12}$$

Τα ζητούμενα σημεία είναι:

για $x=12$: $M(12,0)$

για $x=-12$: $M(-12,0)$

# ΘΕΜΑ 3

Α. 1. Σ   $\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1 \Leftrightarrow 1+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega=0 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\omega=0$

2. Σ   $\sigma\upsilon\nu(x-\frac{\pi}{2})=\sigma\upsilon\nu[-(\frac{\pi}{2}-x)]=\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2}-x)=\eta\mu x$

3. Λ

4. Σ

5. Λ

Β Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $2\sigma\upsilon\nu 2x=\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$\sigma\upsilon\nu 2x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu 2x=\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x=2\kappa\pi\pm\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$

$\underline{\kappa\in\mathbb{Z}}$   $x=\kappa\pi\pm\frac{\pi}{8}$

ii. $2\eta\mu(x+\frac{\pi}{4})=-1 \Leftrightarrow \eta\mu(x+\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \eta\mu(x+\frac{\pi}{4})=-\eta\mu\frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \eta\mu(x+\frac{\pi}{4})=\eta\mu(-\frac{\pi}{6})$

$x+\frac{\pi}{4}=2\kappa\pi-\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow$ ή $x+\frac{\pi}{4}=2\kappa\pi+\pi+\frac{\pi}{6}$

$x=2\kappa\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{4}$   $x=2\kappa\pi+\frac{\pi}{1}+\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{4}$

$x=2\kappa\pi-\frac{5\pi}{12}$   $x=2\kappa\pi+\frac{11\pi}{12}$

$\kappa\in\mathbb{Z}$

iii. $(2\sigma\upsilon\nu x+1)(\sqrt{3}+\varepsilon\varphi x)=0$

$2\sigma\upsilon\nu x+1=0 \Leftrightarrow$ ή $\sqrt{3}+\varepsilon\varphi x=0 \Leftrightarrow$

$2\sigma\upsilon\nu x=-1 \Leftrightarrow$   $\varepsilon\varphi x=-\sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\sigma\upsilon\nu x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow$   $\varepsilon\varphi x=-\varepsilon\varphi\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow$

$\sigma\upsilon\nu x=-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow$   $\varepsilon\varphi x=\varepsilon\varphi(-\frac{\pi}{3})$

$\sigma\upsilon\nu x=\sigma\upsilon\nu(\pi-\frac{\pi}{3})$   $x=\kappa\pi-\frac{\pi}{3}$ δεκτή

$\sigma\upsilon\nu x=\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}$   Πρέπει

$x=2\kappa\pi+\frac{2\pi}{3}$ δεκτή   $\underline{\kappa\in\mathbb{Z}}$   $\sigma\upsilon\nu x\neq 0 \Leftrightarrow$

ή   $\sigma\upsilon\nu x\neq\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}$

$x=2\kappa\pi-\frac{2\pi}{3}$ δεκτή   $x\neq 2\kappa\pi\pm\frac{\pi}{2}$

Γ. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=1+2συν\frac{x}{3}$, $x\in\mathbb{R}$

i. $ω=\frac{1}{3}$ $\quad T=\frac{2π}{ω}=\frac{2π}{\frac{1}{3}}=6π$

$-1\le συν\frac{x}{3}\le 1 \Leftrightarrow$

$-2\le 2συν\frac{x}{3}\le 2 \Leftrightarrow$

$1-2\le 1+2συν\frac{x}{3}\le 1+2 \Leftrightarrow$ $\quad -1\le f(x)\le 3$

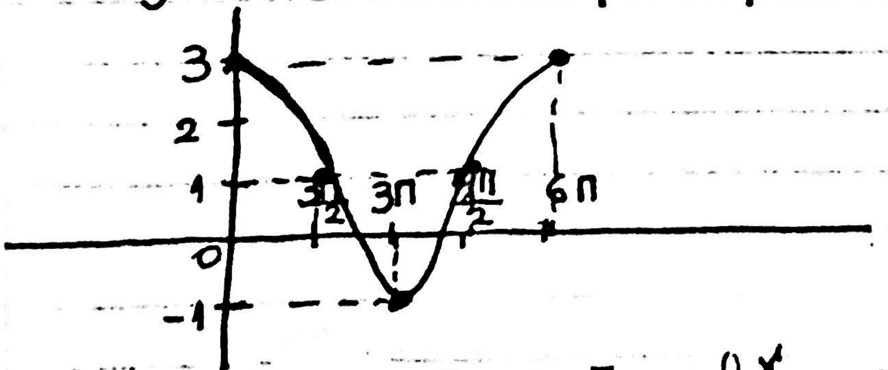
Άρα $\left.\begin{array}{l} f_{min}=-1 \\ f_{max}=3. \end{array}\right\}$ $d(f_{min},f_{max})=|3+1|=4$

ii. Γραφική παράσταση

$f(x)=1+2συν\frac{x}{3}$

$T=6π \qquad \frac{T}{4}=\frac{6π}{4}=\frac{3π}{2}$

| $x$ | $0$ | $\frac{3π}{2}$ | $3π$ | $\frac{9π}{2}$ | $6π$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{x}{3}$ | $0$ | $\frac{π}{2}$ | $π$ | $\frac{3π}{2}$ | $2π$ |
| $συν\frac{x}{3}$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
| $2συν\frac{x}{3}$ | $2$ | $0$ | $-2$ | $0$ | $2$ |
| $1+2συν\frac{x}{3}$ | $3$ | $1$ | $-1$ | $1$ | $3$ |




iii. Στο $[0,3π]$ η $f \searrow$ κ' στο $[3π,6π]$ η $f \nearrow$

Στο $x=0$ κ' στο $x=6π$ η $f$ παρουσιάζει μέγιστο το $f(0)=f(6π)=3$. Στο $x=3π$ ελάχιστο το $f(3π)=-1$

iv. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\frac{\pi}{3})$, $f(\frac{2\pi}{5})$

$\frac{\pi}{3}$ , $\frac{2\pi}{5}$ , $\frac{\pi}{2}$

$\frac{10\pi}{30} < \frac{12\pi}{30} < \frac{15\pi}{30}$

Άρα $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{5}$ βρίσκονται στο 1° τεταρτημόριο όπου η $f \downarrow$.

άρα για $\frac{\pi}{3} < \frac{2\pi}{5} \xRightarrow{f\downarrow} f(\frac{\pi}{3}) > f(\frac{2\pi}{5})$ ✓

## ΘΕΜΑ 4°

$f(x) = 3\eta\mu^2 2x - 2 + 2\sigma\upsilon\nu^2 2x \qquad x \in \mathbb{R}$

A. Νδο $f(x) = \eta\mu^2 2x$

$f(x) = 3\eta\mu^2 2x - 2 + 2\sigma\upsilon\nu^2 2x \Leftrightarrow$

$f(x) = 3\eta\mu^2 2x - 2 + 2\cdot(1 - \eta\mu^2 2x) \Leftrightarrow$

$f(x) = 3\eta\mu^2 2x \cancel{-2} \cancel{+2} - 2\eta\mu^2 2x \Leftrightarrow$

$f(x) = \eta\mu^2 2x$ ✓

B. Να λυθεί η εξίσωση:

$\eta\mu^2 2x + 2\eta\mu 2x - 3 = 0 \quad (1) \qquad x \in [0, \frac{\pi}{4}]$

Θέτω $\eta\mu 2x = \omega \quad (2)$

Η (1) λόγω (2): $\omega^2 + 2\omega - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$(\omega - 1)(\omega + 3) = 0$

$\omega - 1 = 0$ ή $\omega + 3 = 0$

$\omega = +1 \qquad \omega = -3$

για $\omega = +1$ η (2):

$\eta\mu 2x = +1 \Leftrightarrow$

$\eta\mu 2x = \eta\mu \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$2x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$x = \kappa\pi + \frac{\pi}{4} \qquad \kappa \in \mathbb{Z}$

ή

$2x = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2}$

$2x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$

$x = \kappa\pi + \frac{\pi}{4}$

για $\omega = -3$ η (2):

$\eta\mu 2x = -3$ αδυν.

γιατί $-1 \le \eta\mu 2x \le 1$ ✓

$0 \le x \le \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$

$0 \le \kappa\pi + \frac{\pi}{4} \le \frac{\pi}{4} \overset{:\pi}{\Leftrightarrow}$

$0 \le \kappa + \frac{1}{4} \le \frac{1}{4} \Leftrightarrow$

$-\frac{1}{4} \le \kappa \le 0$

άρα $\kappa = 0 \quad \boxed{x = \frac{\pi}{4}}$

Γ. Αν $x=\frac{\pi}{4}$

- $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\sigma\upsilon\nu\left[\frac{\pi}{2}-(-x)\right]=\eta\mu(-x)=-\eta\mu x$
- $\sigma\upsilon\nu(20\pi-x)=\sigma\upsilon\nu(-x)=\sigma\upsilon\nu x$
- $\eta\mu\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)=\eta\mu\left(\frac{6\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+x\right)=\eta\mu\left(2\pi+\pi+\frac{\pi}{2}+x\right)=$

  $\eta\mu\left[\pi+\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\right]=-\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-(-x)\right)=-\sigma\upsilon\nu(-x)$
  $=-\sigma\upsilon\nu x$
- $\eta\mu(5\pi-x)=\eta\mu(4\pi+\pi-x)=\eta\mu(\pi-x)=\eta\mu x$

$$\frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sigma\upsilon\nu(20\pi-x)+2}{\eta\mu\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)+\eta\mu(5x-x)+4}=\frac{-\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x+2}{-\sigma\upsilon\nu x+\eta\mu x+4}\overset{x=\frac{\pi}{4}}{=\!=}$$

$$\frac{-\eta\mu\frac{\pi}{4}+\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}+2}{-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}+\eta\mu\frac{\pi}{4}+4}=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+2}{-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Δ. Να αποδειχτεί

$$\frac{f(x)}{2}>\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)-1\Leftrightarrow$$

$$\cancel{2}\cdot\frac{f(x)}{\cancel{2}}>2\eta\mu 2x-2\Leftrightarrow$$

$$\eta\mu^2 2x-2\eta\mu 2x+2>0\Leftrightarrow$$

$$\eta\mu^2 2x-2\eta\mu 2x+1+1>0\Leftrightarrow$$

$$(\eta\mu 2x-1)^2+1>0$$ ισχύει για κάθε $x\in\mathbb{R}$