

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 19/5/2024

### ΘΕΜΑ Α

- A1.** Πότε δύο συναρτήσεις  $f, g$  λέγονται ίσες ;  
**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  καλείται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;  
**A3.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο σε ένα σημείο  $x_0 \in A$ ;  
**A4.** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.  
**A5.** Δίνεται ο ισχυρισμός :

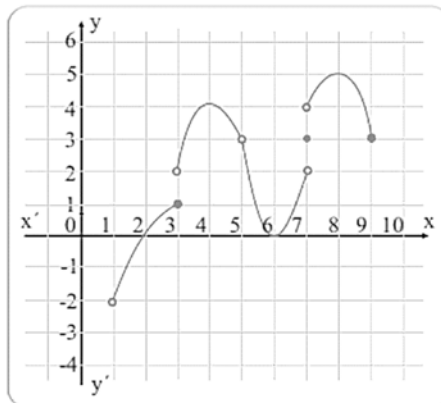
$$\ll f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} . \text{ Ισχύει ότι } f(x) \cdot g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \text{ ή } g(x) = 0 \gg$$

Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή ή ψευδή και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

*Μονάδες 5x5*

### ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .



- B1.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της  $f$ .  
**B2.** Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τον άξονα  $x'$ .  
**B3.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g(x) = \ln(-f(x)) + 5x - 3$ .  
**B4.** Να υπολογίσετε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας :

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) , \lim_{x \rightarrow 3} f(x) , \lim_{x \rightarrow 5} f(x) , \lim_{x \rightarrow 7} f(x) , \lim_{x \rightarrow 9} f(x) , \lim_{x \rightarrow 8} f(f(x)) , \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{f(x)} , \lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{f(x)}$$

*Μονάδες 4 - 2 - 3 - 16*

## ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να βρείτε σε ποια διαστήματα είναι ίσες οι συναρτήσεις :

$$φ(x) = \ln(x^2 - 4x + 3) \text{ και } w(x) = \ln(x - 1) + \ln(x - 3).$$

Γ2. Δίνονται οι συναρτήσεις :

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \text{ και } g(x) = \sqrt{x - 1}.$$

Να ορίσετε τη σύνθεση της  $g$  με την  $f$ .

Γ3. Αν για την συνάρτηση  $h$  ισχύει :

$$x^2 + 4x \leq h(x) \leq 3x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$$

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια :

i.  $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$  , ii.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x) - 5}{x - 1}$  , iii.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|h(x) - 1| - 4}{\sqrt{x + 3} - 2}$  , iv.  $\lim_{x \rightarrow 0} h\left(\frac{\eta\mu x}{x}\right)$

Μονάδες 6 - 7 - 12

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η γνησίως μονότονη συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Ισχύει :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2) \cdot x^2 + f(1) \cdot x - 4}{x - 1} = 5$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι  $f(1) = 3$  και  $f(2) = 1$ .

Δ2. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της συνάρτησης  $f$ .

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση  $f(5^x) - f(3^x + 4^x) < 0$ .

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = x^2 - 2x + 4$  για κάθε  $x \geq 1$ .

Μονάδες : 8 - 4 - 7 - 6