

1. ☒ Ζωγράφου: Ι. Χρυσίπτου 1, ☎ 210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10, ☎ 210 7488180
2. ☒ Χολαργός: Φανερωμένης 13, ☎ 210 6536551
3. ☒ Αγία Παρασκευή: Ευεργέτου Γιαβάση 9, πλατεία Αγ. Παρασκευής, ☎ 210 6000031

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

9-2-2025

### ΘΕΜΑ 1

**A)** Δίνεται η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$ , με  $a\neq 0$  και με  $x_1, x_2$ , δύο ρίζες πραγματικές. Αν  $S = x_1 + x_2$ , το άθροισμα των ριζών και  $P = x_1 \cdot x_2$ , το γινόμενο των ριζών, να αποδείξετε ότι:  $S = -\frac{\beta}{\alpha}$  και  $P = \frac{\gamma}{\alpha}$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ, αν είναι σωστές ή λανθασμένες.

i) Η εξίσωση  $8x=0$ , έχει μοναδική λύση.

ii) Η εξίσωση  $|x|-2=0$  έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

iii) Αν  $S = x_1 + x_2$ , το άθροισμα των ριζών και  $P = x_1 \cdot x_2$ , το γινόμενο των ριζών, της εξίσωσης  $ax^2+bx+\gamma=0$ , με  $a\neq 0$  και  $\Delta > 0$ , τότε η εξίσωση γράφεται:  $x^2+S\cdot x+P=0$ .

iv) Η εξίσωση  $x^5 = -32$ , είναι αδύνατη.

v) Η ανίσωση  $0x > -3$ , είναι αδύνατη.

vi) Η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$ , με  $a\neq 0$  και  $a\cdot\gamma < 0$ , έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες. **ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**Γ.** Σε καθεμία από τις επόμενες ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Αν  $\Delta$  η διακρίνουσα,  $P$  το γινόμενο και  $S$  το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης  $2x^2-7x-3=0$ . Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις είναι αδύνατη;

i)  $|x - 4| = S$  ii)  $|x - 4| = \Delta$  iii)  $|x - 4| = P$  iv)  $|x - 4| = -\Delta \cdot P$

β) Η εξίσωση 'δευτέρου βαθμού με ρίζες  $-3, 5$  είναι η

i)  $x^2+2x-15=0$  ii)  $x^2-2x-15=0$  iii)  $x^2-2x+15=0$  iv)  $x^2+2x+15=0$

γ) Η εξίσωση  $x^3 = -27$

i) έχει ρίζα το 3 ii) είναι αδύνατη iii) έχει ρίζα το  $-3$  iv) έχει ρίζες  $-3, +3$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

**ΘΕΜΑ 2**

A. Δίνονται οι αριθμοί:  $K = \frac{1}{5+\sqrt{5}}, \Lambda = \frac{1}{5-\sqrt{5}}$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

$$i) K + \Lambda = \frac{1}{2}$$

$$ii) K \cdot \Lambda = \frac{1}{20}$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

β) Να κατασκευάσετε μία εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς K και Λ.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

B. α) Να λύσετε την ανίσωση  $3x-1 < x+9$ .

β) Να λύσετε την ανίσωση  $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$ .

γ) Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων α) και β) και να τις γράψετε σε μορφή διαστήματος.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4-4-2**

**ΘΕΜΑ 3.**

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$α) (x-2)^2 - 4|x-2| - 12 = 0$$

$$β) ||2x - 1| + 3| = 4$$

$$γ) \frac{2}{x} - \frac{2x-3}{2-x} + \frac{2-x^2}{x^2-2x} = 0$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

B. Δίνεται η εξίσωση  $x^2+2x-8=0$ .

α) Χωρίς να βρείτε τις ρίζες  $x_1, x_2$  της εξίσωσης να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$i) x_1 + x_2 \text{ και } x_1 \cdot x_2$$

$$ii) x_1^2 + x_2^2$$

$$iii) \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$$

$$iv) 3x_1^2 \cdot x_2 + 3x_1 \cdot x_2^2$$

$$v) |x_1 - x_2|$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

β) Αν  $x_1, x_2$  οι δύο ρίζες της εξίσωσης  $x^2+2x-8=0$  (του ερωτήματος α), να βρείτε μία εξίσωση η οποία να έχει ρίζες τις  $4x_1-1, 4x_2-1$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**ΘΕΜΑ 4**

**A.** Δίνεται η εξίσωση  $4x^2+2(\lambda-2)x+1-\lambda=0$ .

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό  $\lambda$  η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές.

β) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$ , ώστε η εξίσωση να έχει **δύο άνισες ρίζες θετικές**.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5-4**

**B.** Δίνεται η εξίσωση  $x^2-10x+\lambda+8=0$ . Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$ , και οι ρίζες  $x_1, x_2$ , αν γνωρίζετε ότι για τις ρίζες της εξίσωσης ισχύει  $2x_1=3x_2$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Γ.** Δίνεται η εξίσωση  $\lambda x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda - 1 = 0$ , με παράμετρο  $\lambda \neq 0$ .

α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα  $\Delta$  της εξίσωσης είναι ανεξάρτητη του  $\lambda$ , δηλαδή σταθερή.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

β) Να προσδιορίσετε τις ρίζες της εξίσωσης συναρτήσει του  $\lambda$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η απόσταση των ριζών της εξίσωσης στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι ίση με 2 μονάδες.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

**Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!**